



PANTEÃO NACIONAL

ANÁLISE
ESTRUTURAL
DA CÚPULA
E DO EDIFÍCIO

ADRIANA MONTEIRO



PANTEÃO NACIONAL

ANÁLISE
ESTRUTURAL
DA CÚPULA
E DO EDIFÍCIO

ADRIANA MONTEIRO

FICHA TÉCNICA

AUTOR

Adriana Monteiro

TÍTULO

Panteão Nacional.

Análise estrutural da cúpula e do edifício

EDIÇÃO

Panteão Nacional / Museus e Monumentos de Portugal E.P.E.
Lisboa, 2026

DESIGN GRÁFICO

TVM Designers

CONCEÇÃO E DIREÇÃO DO PROJETO «PANTEÃO AO CUBO»

Santiago Macias

COORDENAÇÃO EDITORIAL

Santiago Macias / Isabel Inácio / Liliana Marques

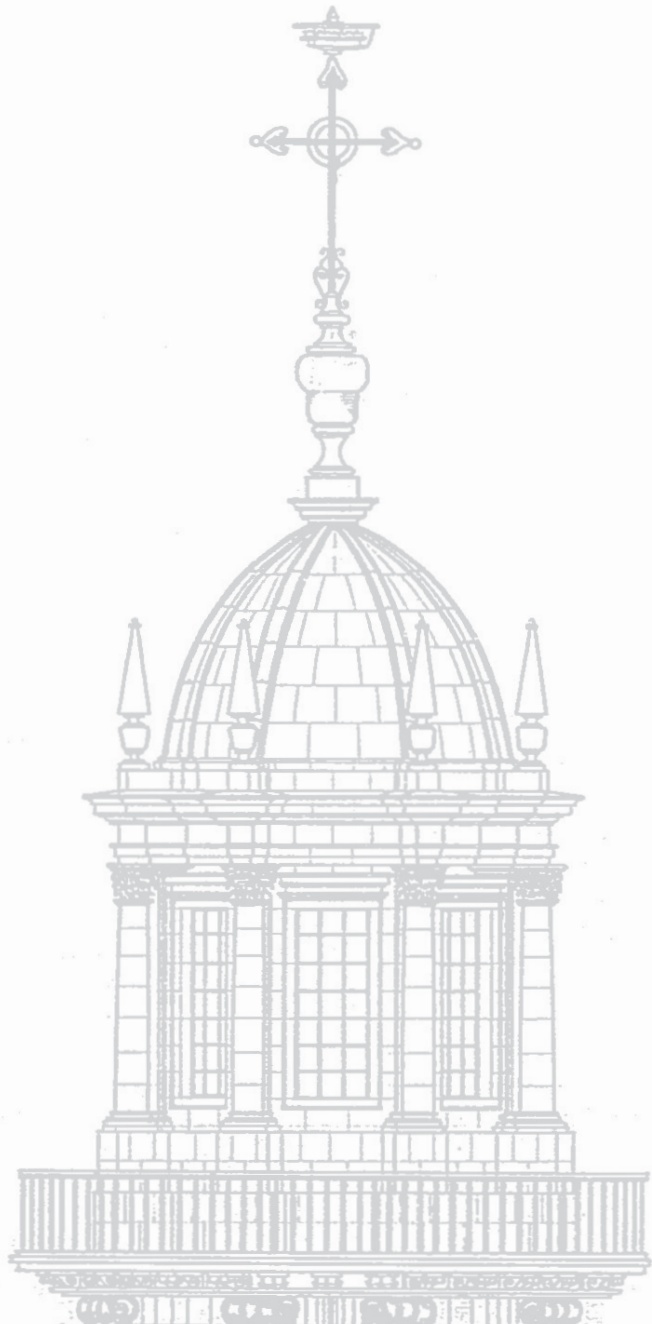
PATROCÍNIO



PANTEÃO NACIONAL

A edição desta dissertação faz parte do projeto «Panteão ao Cubo», destinado a promover digitalmente investigações realizadas sobre o monumento.

Dissertação de Mestrado com o título *Análise Estrutural da Cúpula e do Edifício do Panteão Nacional em Lisboa*, elaborada na obtenção de grau de Mestre em Engenharia Civil pelo Instituto Superior Técnico (maio de 2018)



ÍNDICE

Apresentação	5	4.3. Estudo do comportamento estrutural de cúpulas pelo método de elementos finitos elásticos lineares (modelos elásticos lineares)	49
Agradecimentos	6	4.3.1. Modelo com elementos de casca	50
Lista de unidades, siglas e símbolos	7	4.3.2. Modelo com elementos de sólidos (3D)	59
		4.3.3. Fissuração em cúpulas esféricas	61
		4.3.4. Efeitos térmicos	62
		4.4. Conclusões do capítulo	64
1. INTRODUÇÃO	10	5. ANÁLISE ESTRUTURAL DO EDIFÍCIO DO PANTEÃO	66
1.1. Enquadramento geral e motivação do estudo	11	5.1. Introdução	67
1.2. Objetivos principais e metodologia da dissertação	12	5.2. Modelo numérico	67
1.3. Estrutura e organização do documento	13	5.3. Calibração experimental	71
		5.3.1. Ensaios de caracterização dinâmica in situ	71
2. ESTRUTURAS ARQUEADAS E EDIFÍCIOS EM ALVENARIA	14	5.3.2. Calibração do modelo numérico	73
2.1. Introdução	15	5.4. Quantificação das características mecânicas dos materiais	76
2.2. Comportamento de estruturas arqueadas em alvenaria	15	5.5. Análise estática	77
2.3. Comportamento estrutural de edifícios antigos em alvenaria	18	5.6. Análise dinâmica	82
2.4. Conclusões do capítulo	21	5.6.1. Análise modal da estrutura	82
		5.6.2. Quantificação da ação sísmica segundo o Eurocódigo 8	83
3. O EDIFÍCIO DA IGREJA DE SANTA ENGRÁCIA	24	5.6.3. Combinação de Ações	84
3.1. Introdução	25	5.6.4. Análise de resultados – tensões normais	85
3.2. A evolução do monumento: Panteão Nacional	25	5.6.5. Análise de resultados – tensões de corte	89
3.3. Propostas de cúpulas para a conclusão do Panteão	27	5.7. Conclusões do capítulo	95
3.4. A proposta final para a cúpula do Panteão	28		
3.5. O processo construtivo	29		
		6. CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS	98
4. ANÁLISE ESTRUTURAL DE CÚPULAS	42	6.1. Conclusões	99
4.1. Introdução	43	6.2. Perspetivas de desenvolvimentos futuros	102
4.2. Estudos analíticos de cúpulas	43		
4.2.1. Metodologia analítica pela aplicação da teoria das membranas	44	Bibliografia	103

ANEXO A – CÚPULAS DE REFERÊNCIA 106

Panteão de Roma 107

Catedral de Florença – Santa Maria del Fiore 108

Basílica de São Pedro – Vaticano 109

Catedral de São Paulo – Londres 110

ANEXO B – RESULTADOS NUMÉRICOS DOS DIFERENTES MODELOS DA CÚPULA ESFÉRICA 112

Geometria da cúpula esférica 113

Modelo de elementos casca 113

Modelo 0 113

Modelo 1 115

Modelo 2 116

Modelo 3 117

Modelo de elementos sólidos (3D) 117

Relação dos eixos num modelo de casca e de sólidos 117

Modelo 0 118

Modelo 1, 2 e 3 118

Modelo com variação uniforme de temperatura 119

ANEXO C – MODELO NUMÉRICO, CALIBRAÇÃO E ANÁLISE ESTATICA 120

Modelo numérico 121

Peso volúmico equivalente – γ 123

Ensaio de caracterização dinâmica 124

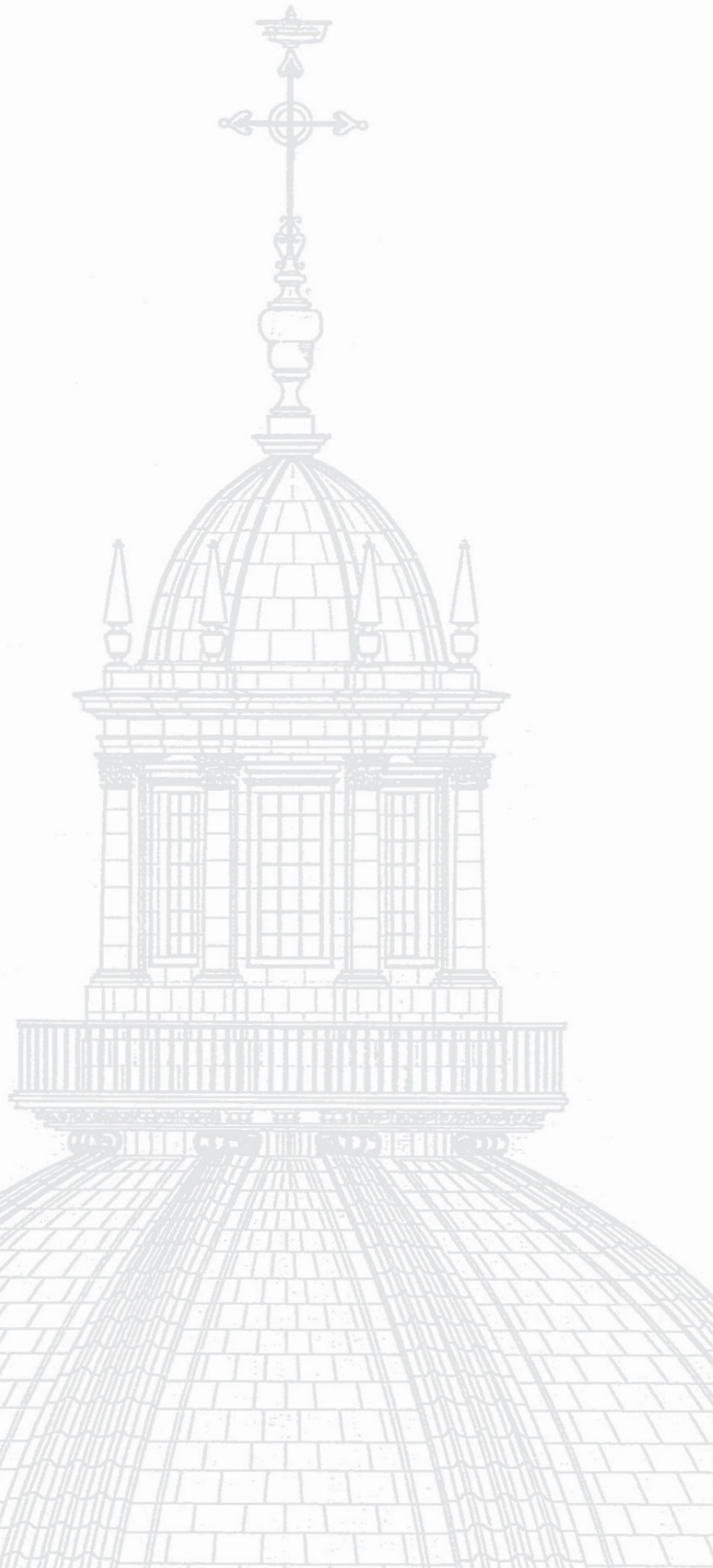
Análise estática 125

ANEXO D – ANÁLISE DINÂMICA 126

Análise modal 127

Espectro de resposta de dimensionamento 130

Análise dinâmica 131



RESUMO

A presente dissertação foi desenvolvida com dois objetivos fundamentais, compreender e estudar o comportamento estrutural de um edifício monumental com superestrutura em alvenaria e estudar os processos construtivos utilizados nesse tipo de construções.

A igreja de Santa Engrácia, atual Panteão Nacional, pela sua dimensão, pela sua história peculiar e, ainda, por ser possível aceder ao processo construtivo da sua cúpula em betão armado, realizada em 1960, apresentava-se como um excelente caso de estudo para a presente dissertação. A intenção inicial de estudar a interação entre a estrutura nova, em betão armado, e a existente, em alvenaria, assim como o comportamento estrutural da sua cúpula, foram pontos de partida para um estudo mais alargado: o comportamento de cúpulas, em geral, e do edifício, em particular.

Analisaram-se cúpulas esféricas sujeitas ao seu peso próprio, através de modelos numéricos, tendo em conta a possibilidade da existência de aberturas no topo e de lanternins. Foram avaliadas as tensões meridionais e circunferenciais dos modelos, analisando a possibilidade de fendilhação para o peso próprio e para variações de temperatura impostas.

No caso de estudo, o edifício do Panteão Nacional, foi realizado um modelo numérico, com elementos finitos de comportamento elástico linear, para analisar o seu funcionamento estrutural. Foram, ainda, realizadas análises estáticas para a ação do peso próprio, e análises dinâmicas, impondo-se à estrutura a ação sísmica regulamentar (definida no EC8). Através destas análises foi avaliada a segurança da estrutura para as ações gravíticas e para eventos sísmicos tendo em conta as zonas de tensões máximas.

Palavras-Chave: Betão armado; Alvenaria; Panteão Nacional; Análise Estrutural; Cúpula; Análise Elástica Linear.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por fazerem de mim a pessoa que sou, e porque sem eles nada disto seria possível.

O presente trabalho não seria possível sem o contributo e ajuda de algumas pessoas que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização do mesmo, às quais gostaria de expressar o meu sincero e profundo agradecimento.

Aos meus orientadores, ao Professor Eduardo Júlio e em especial ao Professor António Gago, pela oportunidade de desenvolver este tema, pela enorme disponibilidade, apoio, compreensão e por todos os conhecimentos transmitidos ao longo de todas as etapas da realização desta dissertação.

À Dr.^a Isabel Melo, Diretora do Panteão Nacional, pela colaboração fundamental que teve para este trabalho, o meu enorme agradecimento. Por toda a disponibilidade e apoio, desde o material disponibilizado, visitas ao monumento e informações que em muito contribuíram para uma melhor realização deste trabalho.

À Sr.^a Elisabete pela disponibilidade prestada nas visitas ao Panteão e na realização dos ensaios.

Ao Professor Luís Guerreiro, pelo auxílio prestado na realização e compreensão dos resultados obtidos no ensaio de vibração, para a calibração do modelo numérico. Ao Engenheiro Júlio Antunes, da Direção Geral do Património Cultural, pelas informações fornecidas referentes ao monumento do Panteão.

À Maria João Sousa, pelos livros de História da Arte disponibilizados.

A todos os professores que tive a oportunidade de ter ao longo do curso, pelas grandes referências que são na Engenharia Civil e por todos os conhecimentos transmitidos que, conduziram a uma melhor preparação para este trabalho e para a vida profissional.

A todos os amigos que fiz durante o meu percurso académico, em especial à Susana Sousa e à Patrícia Cordeiro que me acompanharam praticamente desde o início desta etapa das nossas vidas, por todos os trabalhos realizados em conjunto, por todas as horas de estudo que partilhamos juntas, e por todas as partilhas e interajuda nesta última fase, a dissertação, que em muito contribuíram para uma melhor execução do meu percurso académico.

À Rita Pupo, pelos conselhos e todas as conversas, por todo o material de estudo que me facultou ao longo do curso que em muito contribuiu para um melhor percurso académico, e pela grande colega e amiga que é.

À minha irmã, Laura, que esteve sempre presente nos momentos bons e maus, apoiando e tentando ajudar na melhor forma, motivando-me sempre.

Aos meus pais, Jorge e Isilda, por estarem presentes em todas as etapas da minha vida, por me possibilitarem a realização de um sonho, e por me apoiarem sempre incondicionalmente. É a eles os dois que devo agradecer todo o trabalho realizado para me darem a possibilidade de prosseguir com os meus estudos e ser o que sou hoje.

E a ti Rafael, obrigada por tudo. Pela grande força que és, por todo o carinho, paciência, ajuda e por estares sempre presente, mesmo quando estás ausente.

LISTA DE UNIDADES,
SIGLAS E SÍMBOLOS

Na realização do presente trabalho, utiliza-se a seguinte notação:

UNIDADES

m/s ²	Aceleração
°	Ângulos
m ²	Área
m, cm, mm	Comprimento
%	Fator de Participação da Massa
kN; kN/m	Força
Hz	Frequência
GPa	Módulo de elasticidade
kN.m/m	Momento fletor
kN/m ³	Peso volúmico
°C	Temperatura
s	Tempo
kN/m ²	Tensão kPa; MPa

SIGLAS

CEN	Comité Européen de Normalisation
CF	Fator de confiança
CG	Centro de gravidade
CP	Carga permanente
CQC	Combinação Quadrática Completa
CSI	Computers & Structures Inc.
DGPC	Direção Geral do Património Cultural

EC	Eurocódigo
ELS	Estado Limite de Serviço
ELU	Estado Limite Último
FFT	Fast Fourier Transform
IGESPAR	Instituto de Gestão do Património Arquitectónico e Arqueológico
IPPAR	Instituto Português do Património Arquitectónico
IST	Instituto Superior Técnico
LC	Nível de Confiança
LNEC	Laboratório Nacional de Engenharia Civil
MED	Método dos Elementos Discretos
MEF	Método dos Elementos Finitos
NP	Norma Portuguesa
NTC	Norme Tecniche per le Costruzioni
OPCM	Ordinanza del Presidente del Consiglio del Ministri
SC	Sobrecarga
SIPA	Sistema de Informação para o Património Arquitectónico
SRSS	Square Root of Sum of Squares – Raiz Quadrada da Soma dos Quadrados
TRF	Transformada Rápida de Fourier

SÍMBOLOS

A	Área	a_s	Aceleração espectral devido ao sismo
A_{Ed}	Valor de cálculo da ação sísmica	b	Dimensão da base de apoio
CF	Fator de confiança	e	Excentricidade
C_u	Coesão	f_c	Resistência à compressão
E	Módulo de elasticidade	f_{ck}	Valor característico de resistência à compressão
F_b	Força de corte basal	f_{ctm}	Valor médio da tensão de rotura à tração do betão
$G_{k,j}$	Valor característico da ação permanente j	g	Aceleração da gravidade
H	Força horizontal devida à ação sísmica	h	Altura do centro de gravidade
M	Momento fletor	m	Momento fletor na laje
N	Esforço Axial	q	Coefficiente de comportamento
$N\theta$	Esforços circunferências	r_0	Raio de curvatura do eixo paralelo
$N\phi$	Esforços meridionais	r_1	Raio de curvatura do eixo meridional
P	Peso próprio	r_2	Raio de curvatura da superfície
$Q_{k,i}$	Valor característico da ação variável i	$tg(\Phi)$	Coefficiente de atrito
R	Raio	σ_0	Tensão axial
R_k	Resistência característica	r_{Rd}	Tensão de resistência tangencial (corte)
R_m	Resistência média	β	Coefficiente correspondente ao limite inferior do espectro de cálculo horizontal
S	Coefficiente do solo	γ	Peso volúmico
$S_d(T)$	Espectro de cálculo (para análise elástica)	γ_i	Coefficiente de importância
S_{max}	Parâmetro para calcular S	γ_m	Fator de segurança
T	Período de vibração num sistema linear com um grau de liberdade	δ	Deslocamento
T_B	Limite inferior do período no limiar espectral de aceleração constante	ϵ	Deslocamento
T_C	Limite superior do período no limiar espectral de aceleração constante	ν	Coefficiente de Poisson
T_D	Valor definido no espectro para o início do patamar de deslocamento constante	ν	Coefficiente de redução que tem em conta o menor período de retorno da ação sísmica associada ao requisito de limitação de danos
V_{Ed}	Esforço atuante	σ	Tensão
V_{Rd}	Esforço resistente	$\psi_{2,i}$	Coefficiente parcial de segurança quase permanente, para a ação variável i
a_g	Valor de cálculo da aceleração à superfície de um terreno do tipo A		
a_{gR}	Valor de referência da aceleração máxima à superfície de um terreno		



1

INTRODUÇÃO



1.1.

ENQUADRAMENTO GERAL E MOTIVAÇÃO DO ESTUDO

O património cultural edificado, em particular os monumentos históricos, apresentam-se para as gerações futuras como uma valiosa herança. Neste sentido, é importante garantir a sua preservação e conservação. Na sua grande maioria os monumentos foram construídos com estruturas em alvenaria e madeira. Estas foram construídas maioritariamente através do recurso de estruturas arqueadas (arcos, abóbadas e cúpulas) para vencer vãos.

A alvenaria tem a particularidade de apresentar uma resistência à compressão razoável que, juntamente com o atrito entre as aduelas, lhe permite garantir o equilíbrio necessário à estrutura. No entanto, a sua resistência à tração (e flexão) é muito reduzida, praticamente nula. Com o aparecimento de novos materiais na construção, nomeadamente o aço e o betão armado, as estruturas de alvenaria perderam a sua importância, sendo substituídas por estes materiais mais recentes.

No Panteão, o caso de estudo da presente dissertação, é possível identificar os dois tipos de materiais mencionados — a alvenaria e o betão armado — sendo estes aplicados em diferentes épocas. Na parte original do edifício, realizada a partir do século XVII, toda a estrutura é constituída por alvenaria de pedra. No entanto, o edifício manteve-se inacabado por um longo período, faltando a realização da sua cúpula. Na finalização da construção do edifício, já no século XX, foi utilizado o betão armado e recorreu-se a técnicas construtivas mais recentes. Este sistema construtivo, em betão armado, foi, também, incorporado na ligação entre a estrutura existente e a estrutura a construir.

Apesar da diversidade de sistemas construtivos presentes no Panteão Nacional, observam-se, predominantemente, as estruturas arqueadas, quer no corpo estrutural existente, que apresenta meias abóbadas em alvenaria de pedra, quer na construção recente que apresenta uma cúpula — de duas cascas — de betão armado. Assim, para perceber o funcionamento estrutural do edifício do caso de estudo, foi indispensável o estudo dos conceitos do funcionamento e dimensionamento aplicados às estruturas arqueadas e às estruturas de alvenaria. Neste sentido, salienta-se a importância do conceito de linhas de pressões de uma estrutura arqueada e a metodologia analítica da Teoria das Membranas, que contribuíram para uma melhor compreensão dos resultados obtidos com as análises numéricas.

A ausência de estudos sobre o funcionamento estrutural do monumento do Panteão Nacional, tanto a nível da ação estática como dinâmica, motivou a realização do presente estudo. Dada a dimensão cultural do monumento, e a consciência da elevada perigosidade sísmica da cidade de Lisboa, surgiu a necessidade de análises de maior detalhe sobre o comportamento da estrutura face a este tipo de fenómenos. Salienta-se o facto de a estrutura existente, incompleta (i.e., sem cúpula), ter permanecido intacta com o terramoto de 1755. Contudo, o efeito da cúpula em betão armado, na resposta sísmica do monumento, não é conhecido, sendo necessário avaliá-lo.

A avaliação da vulnerabilidade sísmica numa estrutura como a do Panteão Nacional é complexa, pois existe, ainda, uma lacuna na regulamentação em vigor relativamente a este tipo de estruturas. A análise estrutural do monumento permite, igualmente, adquirir um conhecimento do funcionamento da estrutura para a ação do seu peso próprio, possibilitando, identificar zonas críticas,

suscetíveis ao aparecimento de fissuras, com necessidade, ou não, de reforço estrutural.

Por último, importa referir que com este trabalho, se pretende ainda compilar um conjunto de informações de carácter histórico, recolhidas em diversas fontes, nomeadamente a descrição das várias fases do seu processo construtivo.

1.2.

OBJETIVOS PRINCIPAIS E METODOLOGIA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação tem como objetivo principal compreender e estudar o comportamento estrutural de um edifício monumental – o Panteão Nacional. O percurso histórico que este monumento apresenta, a história e processo de construção da mais recente estrutura – a cúpula em betão armado – bem como a interação e compatibilidade entre a estrutura nova de betão armado com a estrutura antiga em alvenaria de pedra suscitam o interesse de estudar esta estrutura, de identidade singular. Pretende-se compreender o comportamento da estrutura a partir de análises estática e sísmica, com recurso à criação de modelos numéricos de elementos finitos de comportamento elástico linear. Para a realização deste estudo foi necessário realizar um estudo prévio para compreender as diferentes temáticas que envolvem a análise de um edifício com estas características, nomeadamente:

1. Estudar o comportamento de estruturas arqueadas em alvenaria, bem como dos respetivos conceitos e metodologias de dimensionamento.

2. Estudar o enquadramento histórico do caso de estudo, o Panteão Nacional, bem como o processo construtivo da cúpula em betão armado.
3. Analisar o funcionamento estrutural de estruturas arqueadas tridimensionais, através de métodos analíticos, bem como pela aplicação de modelos numéricos.

Para a compreensão das temáticas definidas, com a finalidade de conhecer a caracterização do funcionamento estrutural destas estruturas, realizou-se, inicialmente, um estudo bibliográfico de forma a dominar os conceitos e metodologias de dimensionamento das estruturas arqueadas e dos edifícios em alvenaria. No que respeita ao estudo do Panteão Nacional, houve, também, a necessidade de pesquisas com recurso aos arquivos históricos e visitas ao monumento, que possibilitaram uma melhor compreensão do edifício. Para a análise do funcionamento estrutural foi utilizado o Método dos Elementos Finitos, com elementos de comportamento elástico linear, através do programa de cálculo *SAP2000* (*SAP2000®*).

Numa primeira fase, realizou-se uma análise estática, avaliando o desempenho da estrutura face à ação do seu peso próprio, bem como o efeito da estrutura de betão armado construída posteriormente sobre a estrutura em alvenaria de pedra.

Numa segunda fase, procedeu-se à análise dinâmica tridimensional, por espectro de resposta, tendo como referência os requisitos regulamentares de acordo com a regulamentação europeia – Eurocódigo 8 (EC8-1, 2004). Foram avaliadas as zonas críticas da estrutura, onde ocorreram concentrações de tensões, procedendo à verificação de segurança das mesmas.

Para a calibração do modelo numérico utilizado, para simular o comportamento da estrutura, foram efetuados ensaios *in situ* de caracterização dinâmica, cujos resultados são, também, apresentados neste documento.

1.3.

ESTRUTURA E ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

A presente dissertação encontra-se dividida em seis capítulos, os quais se apresentam de seguida.

No presente capítulo (*Introdução*), enquadra-se o tema abordado no contexto da Engenharia Civil e refere-se a motivação para a realização deste estudo. Apresentam-se, também, os objetivos principais e a metodologia da presente dissertação, bem como a organização de todo o documento.

No segundo capítulo (*Estruturas arqueadas e edifícios em alvenaria*), descreve-se a evolução das metodologias de análise estrutural utilizadas no estudo do comportamento de estruturas arqueadas em alvenaria, bem como no comportamento estrutural dos edifícios em alvenaria.

No terceiro capítulo (*O edifício da Igreja de Santa Engrácia*), efetua-se o enquadramento histórico do edifício do Panteão Nacional, mencionando as fases que

tiveram influência na sua construção, a evolução da construção do monumento e a descrição do processo construtivo do mesmo.

No quarto capítulo (*Análise estrutural de cúpulas*), realiza-se um estudo estrutural de cúpulas esféricas, a partir da Teoria das Membranas e da análise numérica através de modelos de elementos finitos. Com base no estudo de uma cúpula esférica, estudou-se, também, o efeito das aberturas e dos lanternins.

No quinto capítulo (*Análise estrutural do edifício do Panteão*), realiza-se a análise estrutural do edifício do Panteão Nacional, efetuada através de um modelo numérico de elementos finitos, com comportamento elástico linear. Estudou-se o efeito das ações verticais na estrutura, geradas pelo peso próprio, bem como, os efeitos da imposição da ação sísmica regulamentar.

No sexto capítulo (*Conclusões*), apresenta-se uma síntese das principais conclusões retidas na dissertação e, também, algumas notas finais sobre o trabalho realizado.

O último capítulo diz respeito à bibliografia que serviu de referência a este trabalho.

Por fim, apresenta-se em anexo textos correspondentes à descrição de algumas cúpulas de referência no património mundial, peças desenhadas e os resultados obtidos nas análises numéricas, que complementam a dissertação e auxiliam na leitura e compreensão do estudo realizado.

2

**ESTRUTURAS
ARQUEADAS
E EDIFÍCIOS
EM ALVENARIA**



2.1.

INTRODUÇÃO

As obras do passado têm um papel importante na construção do conhecimento, constituindo uma linha de partida para a melhor compreensão do presente e preparação do futuro.

Assim, este capítulo tem como objetivo apresentar a recolha de informação realizada, sobre as estruturas de alvenaria, que permitiu um melhor conhecimento e compreensão deste tipo de estruturas. A abordagem recaiu, em estruturas arqueadas e de edifícios antigos, recorrentes no sistema de construção em alvenaria.

Procurou-se estabelecer o enquadramento do estudo das estruturas arqueadas de alvenaria, abordando a evolução dos métodos de análise estrutural aplicados nas estruturas mencionadas.

Da mesma forma, pretendeu-se recolher informações referentes a edifícios antigos de alvenaria, através de um levantamento histórico sobre este tipo de estruturas. Pretendeu-se realizar uma caracterização geral deste tipo de estruturas, fazendo-se a síntese dos aspetos mais relevantes no seu comportamento global, tanto a nível estático como dinâmico.

2.2.

COMPORTAMENTO DE ESTRUTURAS ARQUEADAS EM ALVENARIA

O estudo do comportamento estrutural de estruturas arqueadas de construções em alvenaria, revela-nos uma evolução ligada ao desenvolvimento deste material – a alvenaria. Devido ao facto de o sistema de construção em

alvenaria ter como características uma fraca (quase nula) resistência a esforços de tração e uma resistência a esforços de compressão razoável (Gago, 2004), foi necessário criar metodologias construtivas próprias. As estruturas arqueadas, constituídas por alvenaria, apresentam um comportamento de características semelhantes à alvenaria: fraca resistência a ações de tração e elevada resistência a ações de compressão.

Desde muito cedo que a utilização de estruturas arqueadas era recorrente, nomeadamente para vencer grandes vãos, dada a elevada capacidade de resistência à compressão deste tipo de estrutura. Do Período Medieval ao Renascimento foram desenvolvidos estudos e metodologias de análise por forma a estipular regras empíricas para o desenvolvimento destas estruturas. Salienta-se o caso de regras estruturais e detalhes construtivos, bem como o dimensionamento de elementos da estrutura, espessura das colunas, paredes e contrafortes. No entanto, estas regras consistem em proporções geométricas que serviam de regras estáticas, não existindo métodos de dimensionamento para as estruturas arqueadas, levando a que todo o conhecimento fosse empírico, tendo por base a tradição e a arte (Santos, 2014).

Com o Renascimento e até ao século XIX foram aparecendo as regras racionais, começando-se a aplicar um conceito de regras da mecânica ao comportamento de arcos e abóbadas, passando a ter como base a razão e a ciência. Leonardo Da Vinci foi um dos responsáveis para a ocorrência desta mudança, através de trabalhos realizados entre 1400 e 1499. Da Vinci, partindo de resultados das suas experiências sobre arcos, enunciou, pela primeira vez, dois princípios, que seriam anos mais tarde validados, sendo estes: i) *«o mecanismo de colapso de um arco de volta perfeita, carregado na chave, está associado*

à formação de cinco charneiras (rótula)»; ii) «um arco não cairá se a corda exterior não tocar o seu intradorso» (Santos, 2014, p13).

Leonardo Da Vinci procurou, igualmente, compreender o impulso horizontal no arco, evidenciando a indicação da localização onde deve ser colocado um tirante, de forma a absorver esta força (o impulso horizontal), ao nível do arranque do arco (Lança, 2006). Galileu, Newton, Hooke e La Hire também realizaram estudos de arcos recorrendo à aplicação da matemática e da mecânica. Um estudo de referência foi realizado por Hooke, em 1675. Este recorreu a uma corrente metálica, suspensa, estando fixa apenas nas pontas – catenária – para analisar o comportamento do arco. A geometria resultante da corrente metálica suspensa, quando aplicada no arco, resulta numa estrutura equilibrada. Hooke viria a ser o primeiro a aproximar-se de um conceito que só surgiria anos mais tarde – a linha de pressões. No entanto, não conseguiu concretizar a formulação matemática do seu teorema (Gago, 2004; Santos, 2014).

Cerca de 20 anos mais tarde, em 1697, David Gregory admitiu «que a catenária era a forma adequada para um arco sujeito à acção do seu peso próprio», afirmando ainda que «quando um qualquer arco se mantém em equilíbrio é porque contém na sua espessura uma catenária». Através da analogia de Gregory a força que atua sobre os encontros do arco era possível de se determinar com a catenária, sendo que a força exercida para dentro pela corrente da catenária é exercida igualmente pelo arco, mas para fora (Gago, 2004, p. 25).

À luz do conhecimento atual, através da analogia proposta por Hooke, foi possível verificar que a equação que descreve uma catenária é igualmente a expressão que define o traçado da linha de pressões de um arco para a ação

do seu peso próprio. Já no século XIX, entre 1830 e 1840, de uma forma independente, Moseley (em Inglaterra), Méry (em França) e Franz Gerstner (na Alemanha), introduziram ao estudo dos arcos dois conceitos novos, a «Linha de Pressões» e a «Linha de Resistência» (Gago, 2004).

Em 1843, Moseley afirmou que para o equilíbrio de um arco se estabelecer, a linha de resistência teria de estar contida na sua espessura e, tendo em conta a infinidade de possibilidades para a posição desta, a «verdadeira» linha de resistência era a correspondente ao impulso mínimo no fecho do arco. No entanto, esta solução corresponde a uma situação limite, não sendo a linha de resistência «real» (Gago, 2004).

Segundo Méry, o mecanismo de colapso de um arco encontra-se no limite quando a linha de pressões é tangente ao «ponto superior do terço central da secção do fecho do arco e no ponto inferior do terço central na junta «em rotura» nos rins do arco» (Gago, 2004, p. 41). Com esta delineação da linha de pressões o problema passa a estar estatisticamente determinado. Méry sugeriu uma inclinação de 60° para a junta em «rotura» nos rins de um arco circular sujeito apenas ao seu peso próprio (Figura 2.1) (Gago, 2004).

Para a construção das cúpulas da igreja da Sagrada Família em Barcelona, em 1883, Antoni Gaudí recorreu a metodologias antigas, em particular à analogia entre a catenária e o arco (Figura 2.1). A necessidade da aplicação destes métodos, no final do século XIX, demonstra que a teoria da mecânica estrutural e a execução de projetos ainda não estavam interligadas, nem mesmo para grandes obras e com arquitetos de referência (Gago, 2004).

Numa estrutura arqueada bidimensional, o arco, a organização e o rearranjo próprio dos blocos confere a sua própria estabilidade estrutural, existindo dois fatores principais para garantir esta mesma estabilidade. O primeiro

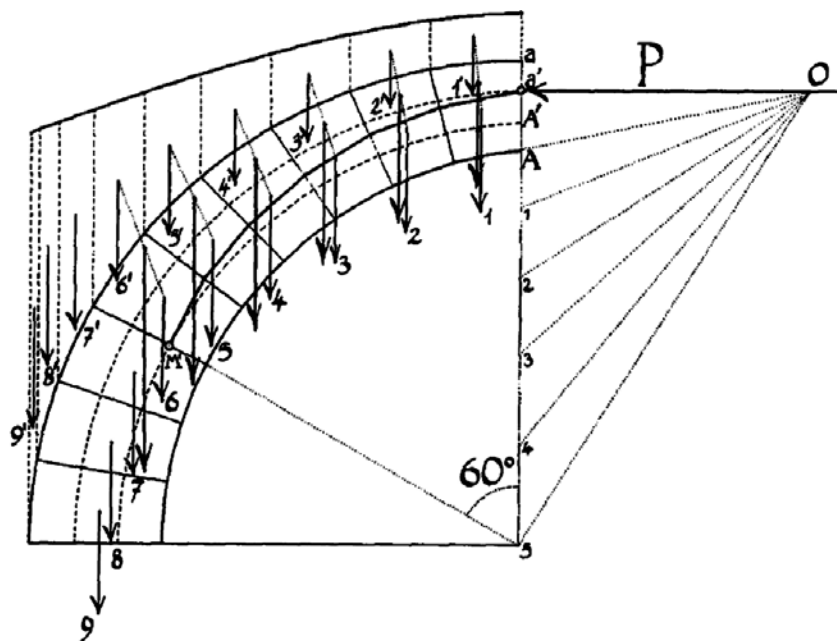


FIGURA 2.1 Esquerda: método gráfico de Méry. Direita: modelo de Gaudí para o dimensionamento de cúpulas através do método da catenária (adaptado de Gago, 2004).

resulta da criação de forças de atrito originadas por tensões de compressão nas aduelas. Estas forças impedem o deslizamento das aduelas e simultaneamente impedem o desenvolvimento de tensões de tração. O segundo fator resulta na localização da linha de pressões do arco (Georg, 2015).

Em 1953, Timoshenko referiu que as linhas de pressões correspondem ao polígono que liga os centros de pressões de qualquer junta entre os elementos de alvenaria (linha ACEG na Figura 2.2). Cada ponto na linha de pressões revela, portanto, «o ponto de aplicação da resultante das tensões nessa secção e a sua tangente define a direção da força resultante» (Gago, 2004, p. 60).

Quanto à definição de linhas de pressões é sabido que, para uma determinada carga atuante numa estrutura arqueada, se a linha de pressões permanecer no interior da

espessura da estrutura, esta estará em equilíbrio. Deste modo, no caso de a linha de pressões equilibrada com as cargas atuantes se localizar no interior do núcleo central de todas as secções a estrutura estará totalmente comprimida. Para as secções retangulares o núcleo central corresponde ao terço central. O equilíbrio ainda é possível, embora exista o aparecimento de fissuras, no caso de a linha de pressões sair do terço central, em determinadas zonas, no entanto não pode sair para o exterior das secções. A rotura das secções ocorre quando a linha de pressões se situa no exterior da espessura do arco, ou quando é atingido o valor limite da tensão de compressão do material (Gago, 2004).

Devido à redundância estática numa estrutura arqueada foi impossível determinar a posição da linha de pressões num arco com uma dada geometria e sujeito a um

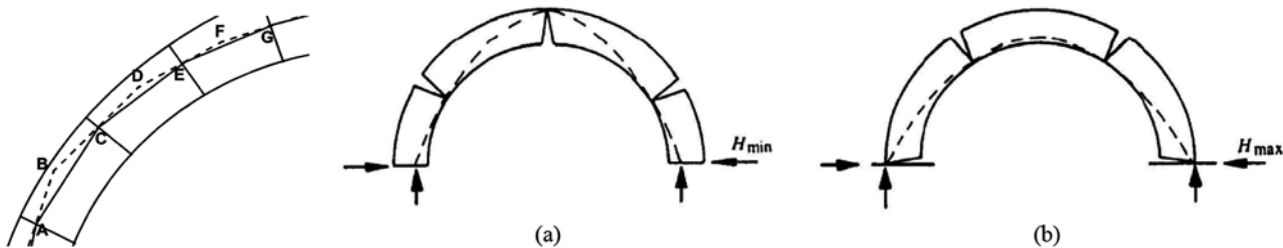


FIGURA 2.2 Esquerda: linha de pressões, pelas definições de Timoshenko (Gago, 2004). Direita: posição da linha de pressões devido à fissuração de um arco circular sujeito ao seu peso próprio: (a) limite mínimo; (b) limite máximo (Heyman, 1995).

determinado carregamento. Contudo, foi possível identificar diferentes linhas de pressões compreendidas num intervalo correspondente ao valor da espessura do arco. Os limites de localização das possíveis linhas de pressão são os valores máximos e mínimos do impulso horizontal, e são estes limites que definem a região onde a linha de pressão se pode localizar para as condições de equilíbrio. Uma medida de segurança do arco é o valor do intervalo entre as intensidades máximas e mínimas do impulso horizontal (Gago, 2004).

Para um arco circular, sujeito à ação do seu peso próprio, as situações limites referentes aos impulsos horizontais máximo (H_{max}) e mínimo (H_{min}) estão representadas na Figura 2.2.

Segundo Gago (2004), para o estudo de estruturas arqueadas tridimensionais, nomeadamente de cúpulas, o conceito de linha de pressões, utilizado nas estruturas bidimensionais, é generalizado para o conceito de superfície de pressões sujeita apenas a esforços de compressão, em equilíbrio com as cargas atuantes. Esta superfície deverá estar incluída, na sua totalidade, na espessura da estrutura de forma a assegurar a estabilidade. Assim, os teoremas da análise limite, particularmente, o teorema estático, permanecem válidos.

Partindo dos princípios desenvolvidos para a análise de estruturas bidimensionais, a primeira metodologia aplicada ao estudo de estruturas arqueadas tridimensionais (cúpulas) foi a da decomposição da estrutura tridimensional em subestruturas bidimensionais, respetivamente apoiadas. Contudo, o conceito de linhas de pressões e os teoremas de análise limite encontram-se presentes nestes princípios de aplicação a estruturas arqueadas. Através dos teoremas da análise limite, se as subestruturas forem estáveis, a estabilidade do conjunto tridimensional é garantida (Gago, 2004; Santos, 2014).

2.3.

COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE EDIFÍCIOS ANTIGOS EM ALVENARIA

A realização de uma simulação numérica do funcionamento estrutural de uma estrutura de alvenaria revela um elevado grau de complexidade, devido à não linearidade que esta estrutura apresenta. A argamassa constituinte na estrutura de alvenaria leva a uma resposta não linear por parte desta estrutura, mesmo quando sujeita a um carregamento moderado, como é o caso das cargas de

serviço. Isto levou à criação de vários modelos construtivos, sendo estes determinados através de diferentes graus de complexidade. Hoje em dia, existe uma elevada variedade de métodos de análise, desde as metodologias clássicas da teoria da plasticidade até às formulações computacionais com maior grau de desenvolvimento, (Gago, 2004; Monteiro, 2012).

O tipo de estrutura em análise, o conhecimento dos dados a introduzir no modelo e o nível de experiência do analista são fatores importantes para a escolha do método mais adequado para um dado estudo. Desta forma, é possível obter resultados diferentes com a utilização de métodos diferentes. Portanto, na escolha do método a utilizar é importante escolher aquele que apresenta informações de uma forma fiável e com uma aceitável margem de erro (Gago, 2004).

Através de uma análise não linear é possível obter-se uma resposta da estrutura que melhor se aproxima da realidade. Porém, exige uma caracterização mais refinada da mecânica dos materiais e conduz a custos computacionais mais elevados, não sendo a sua utilização a mais adequada, ou possível de utilizar na modelação numérica de estruturas em alvenaria (Gago, 2004).

Na Figura 2.3 representa-se uma curva σ - ϵ não linear referente a uma estrutura de alvenaria.

Numa análise elástica linear considera-se que o material tem como característica um comportamento elástico linear, apresentando uma resistência infinita tanto à tração como à compressão. No entanto, numa estrutura de alvenaria existe a formação de fissuras para níveis reduzidos de tensão de tração. Assim sendo, a escolha de um modelo elástico linear deve ser tida com precaução, optando-se por aplicar este comportamento em estudos preliminares e realizar uma análise cuidada dos resultados obtidos (Monteiro, 2012).

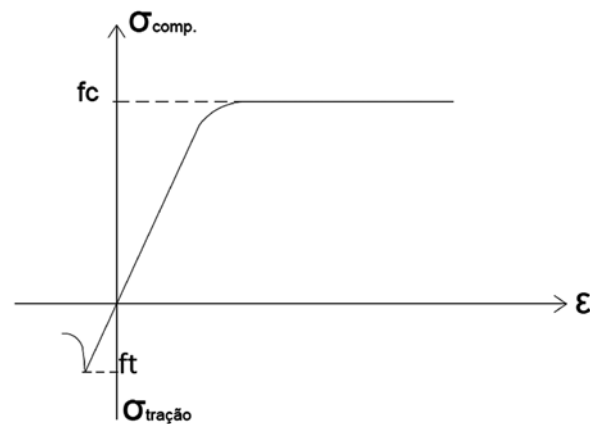


FIGURA 2.3 Curva força-deslocamento não linear, da alvenaria.

A análise elástica linear é o tipo de análise mais usual num estudo do comportamento estrutural de uma estrutura, porque, não sendo exigido um conhecimento detalhado da caracterização dos materiais necessários para os dados a submeter ao modelo de análise, conduz a um modelo mais simplificado e a um menor tempo de corrida computacional. Contudo, para a análise de estruturas antigas este método de análise não é o mais apropriado, mas oferece uma grande ajuda para uma análise inicial da estrutura (Monteiro, 2012).

A análise não linear é a abordagem mais correta para a simulação numérica do comportamento estrutural de uma estrutura em alvenaria. Esta é a única que possibilita a obtenção de uma resposta estrutural completa, fornecendo informações referentes ao limite de cedência, fendilhação, plastificação e rotura. Com efeito, consiste numa análise de maior exigência (Monteiro, 2012).

Uma particularidade da alvenaria é a sua razoável capacidade de resistência à compressão. Porém, no que se refere à resistência à tração, este tipo de estrutura apresenta um ponto de singularidade devido à sua fraca

resistência. A não linearidade do comportamento mecânico de uma estrutura de alvenaria é condicionada pela sua resistência à tração praticamente nula. Esta particularidade da estrutura de alvenaria conduz a uma elevada complexidade na sua modelação. No entanto, existe uma vasta possibilidade de metodologias para a conceção da simulação destas estruturas (Monteiro, 2012).

O Método dos Elementos Finitos (MEF) é a técnica de modelação que corresponde à metodologia mais simples para a modelação de estruturas de edifícios antigos. Para a realização da modelação através desta metodologia recorre-se, em particular, aos elementos de viga, de laje, ou de casca, para os quais se considera um comportamento elástico linear, que representam as componentes estruturais de um edifício, nomeadamente, pilares, paredes, pavimentos, arcos, cúpulas, etc. Com o objetivo de simular, de uma forma simplificada, os efeitos dos materiais não

lineares, em algumas situações, são adicionadas, artificialmente articulações ou módulos de elasticidade reduzidos. No caso de estruturas com uma complexidade elevada, a utilização de modelos simplificados de análise, é uma boa alternativa, permitindo a obtenção de informações úteis sobre a estrutura em estudo (Figura 2.4) (Gago, 2004).

Deste modo, uma estrutura de alvenaria é modelada de uma forma homogénea, sendo constituída por um determinado nível de refinamento, e consequentemente, por um considerável número de graus de liberdade. No caso de estruturas com um grau de complexidade acrescido ou de grande dimensão, a maior dificuldade na utilização deste método (MEF) é a geração da própria malha. Contudo, recorrer a uma modelação não linear leva a uma análise muito demorada e à necessidade de um elevado conhecimento por parte do analista. Assim sendo, recorre-se à utilização de modelos elásticos lineares como

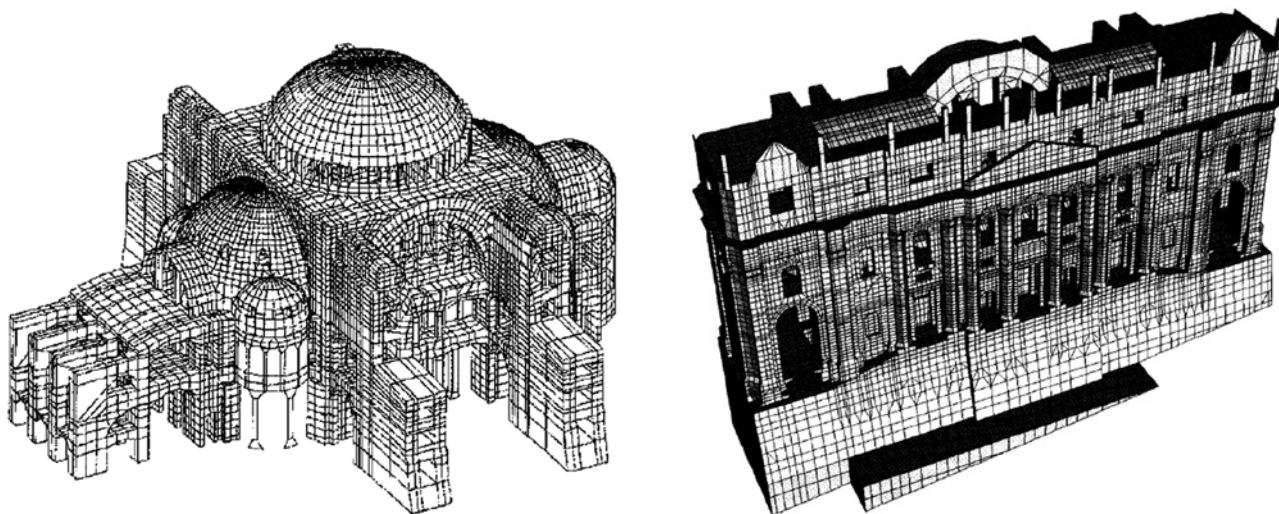


FIGURA 2.4 Modelos de elementos finitos com comportamento elástico linear. Esquerda: Basílica de Santa Sofia em Istambul (Crocì, 1998). Direita: fachada completa da Basílica de São Pedro em Roma (Macchi, 2001).

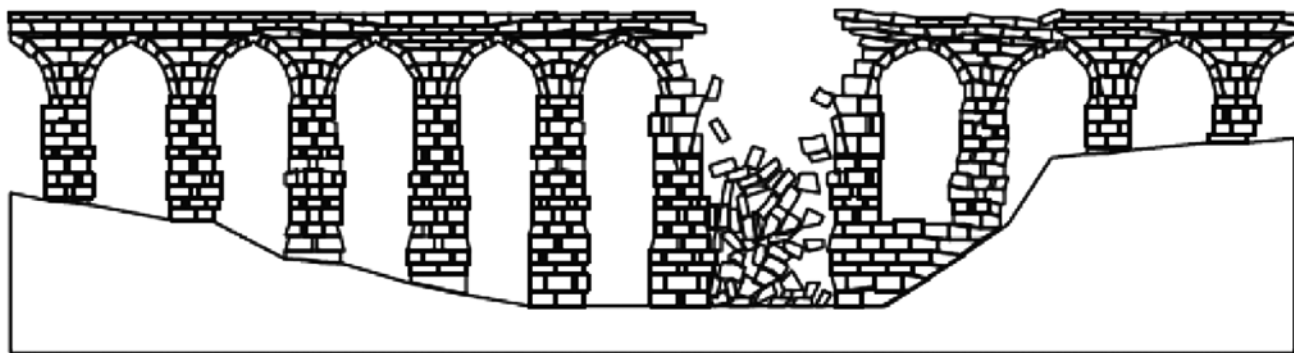


FIGURA 2.5 Aplicação do método dos elementos discretos na análise sísmica de estruturas de Alvenaria: modo de colapso longitudinal do trecho do aqueduto das Águas Livres de Lisboa (Azevedo & Sincaian, 2000).

alternativa à análise não linear, devido à complexidade na conceção e implementação dos modelos, bem como à difícil interpretação dos resultados obtidos (Monteiro, 2012).

Analogamente aos elementos finitos, o Método dos Elementos Discretos (MED), utilizado na modelação de estruturas de alvenaria, tem a particularidade de permitir a ocorrência de deslocamentos e rotações finitas entre os vários corpos, até mesmo a sua separação. Este método destaca-se comparativamente aos modelos não lineares de elementos finitos, por conferir maior informação quanto ao posicionamento dos contactos entre os elementos discretos no decorrer da análise (Santos, 2014; Gago, 2004).

O Método dos Elementos Discretos (MED), embora tenha sido desenvolvido para a análise estática e dinâmica de estruturas descontínuas¹, teve uma aplicação inicial por Peter Cundall no âmbito da mecânica das rochas (Figura 2.5) (Santos, 2014).

¹ Um meio descontínuo é caracterizado pela existência de interfaces e contactos entre corpos discretos que constituem a estrutura (Gago, 2004).

2.4.

CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo estudaram-se métodos de análise estrutural em estruturas arqueadas, sintetizando-se a contribuição de vários autores que, ao longo dos anos, manifestaram o seu interesse pelo estudo de estruturas arqueadas. No entanto, no que respeita a estas estruturas ainda existem incertezas quanto ao seu funcionamento estrutural e aos métodos a adotar para a verificação de estruturas mais complexas (Santos, 2014).

É de salientar a utilização de regras empíricas com base em proporções geométricas e no conhecimento tradicional, realizadas desde a Época Medieval ao Renascimento, que resultaram em estruturas grandiosas, a maior parte delas atualmente em funcionamento (Santos, 2014). Até ao início do século XX, estas regras foram a base de teoremas com maior conhecimento matemático e mecânico.

Já no século XX, através de trabalhos de Heyman, surgiu a aplicação da teoria da análise limite no estudo da estabilidade das estruturas arqueadas. Deste modo,

devido à sua simplicidade de aplicação, atualmente a análise limite, assume-se como uma estratégia de análise muito útil (Santos, 2014).

O conceito de linha de pressões está na base dos métodos gráficos e analíticos do arco, sendo que a localização da linha de pressões no interior das secções transversais determina a avaliação da estabilidade da estrutura arqueada. Para a estrutura arqueada bidimensional, se a linha de pressões se localizar no interior do terço central de cada secção transversal, a estrutura está totalmente comprimida. Porém, para garantir a estabilidade da estrutura é suficiente que a linha de pressões se localize no interior das secções transversais (Gago, 2004).

Em estruturas tridimensionais o conceito de linhas de pressões passa para o conceito de superfície de pressões, sendo a metodologia analítica indicada para o estudo destas superfícies a Teoria das Membranas. Esta teoria por ser estaticamente determinada conduziu à determinação de soluções estaticamente equilibradas, que possibilitaram conclusões relativas ao comportamento das estruturas arqueadas tridimensionais. Na aplicação desta teoria a uma cúpula, foi possível identificar as zonas tracionadas que representavam as linhas de fratura nas estruturas reais (Gago, 2004). Esta teoria será abordada com maior detalhe no subcapítulo 4.2.1 relativo à Teoria das Membranas na análise de cúpulas.

No que respeita ao estudo do comportamento de estruturas de alvenaria, através das evoluções computacionais surgiu uma vasta possibilidade para a realização da modelação das estruturas, tanto a nível de elementos finitos como de elementos discretos. Na aplicação de elementos finitos é possível reproduzir o comportamento elástico linear de uma estrutura, avaliar a fendilhação, o esmagamento e o seu colapso, sendo uma eficiente opção no caso de estruturas de complexidade acrescida (Lança, 2006).

Por sua vez, a modelação com elementos discretos possibilita deslocamentos elevados e rotações com destaques, revelando-se num método de aplicação adequado na avaliação do comportamento de estruturas de alvenaria até ao seu colapso (Lança, 2006). Tendo em conta as características de uma estrutura de alvenaria, nomeadamente a sua não linearidade, consequente da sua reduzida resistência à tração, da sua insuficiente resistência ao corte e da presença de descontinuidades entre os elementos, a modelação através de elementos discretos demonstrou-se apropriada para este tipo de estruturas (Santos, 2014).

Assim sendo, a metodologia mais simples para a realização da modelação de uma estrutura consiste na utilização de modelos de elementos finitos contínuos com comportamento elástico linear. Por forma a obter um modelo que se assemelhe, de uma forma aproximada, à estrutura real, nomeadamente aproximar as características não lineares dos materiais, introduzem-se propriedades mecânicas dos materiais ao modelo com algumas alterações impostas pelo analista. Esta metodologia confere uma interpretação qualitativa da resposta do comportamento real da estrutura, embora seja de uma forma aproximada (Gago, 2004). Esta estratégia de modelação, será utilizada nos capítulos 4 e 5 com o objetivo de estudar o comportamento de cúpulas e da estrutura do Panteão Nacional, através da análise estática elástica linear e da análise dinâmica elástica linear.

Salienta-se, no entanto que os modelos numéricos necessitam de estudos de caracterização dos materiais a utilizar e de uma calibração de modo a realizar-se uma análise mais rigorosa da verificação de segurança das estruturas em alvenaria. Por vezes, a falta de informação das estruturas antigas e a indisponibilidade de resultados experimentais que qualificam as propriedades mecânicas dos materiais levam a uma dificuldade acrescida na caracterização dos mesmos (Santos, 2014).



3

O EDIFÍCIO DA IGREJA DE SANTA ENGRÁCIA



3.1.

INTRODUÇÃO

Tendo esta dissertação como objetivo o estudo do edifício do Panteão Nacional, realizou-se um levantamento dos documentos disponíveis sobre o monumento e sobre estruturas similares de referência. Numa primeira fase, estudaram-se quatro cúpulas de referência no património mundial que tiveram um papel importante no edifício em estudo, influenciando, a nível arquitetónico e estrutural, a conceção das diversas etapas do projeto. O estudo destas quatro cúpulas encontra-se no Anexo A.

Seguidamente, foi realizada uma análise mais detalhada da evolução da construção do monumento, efetuando-se o enquadramento cronológico dos vários acontecimentos, desde o início, quando era apenas destinado a fins religiosos, até ao término da sua edificação.

Atendendo a que o Panteão Nacional permaneceu inacabado durante um longo período, faltando para a sua conclusão a construção da cúpula na nave central, apresentou-se neste capítulo, as diversas propostas apresentadas para a conclusão do monumento, tendo em vista a construção de uma cúpula. De seguida, abordou-se com maior detalhe a proposta escolhida, sintetizando-se os aspetos arquitetónicos relevantes desta.

Por último, de forma a compreender a realização da conclusão do edifício, foi avaliado todo o processo construtivo, fazendo-se a caracterização do tipo de construção utilizado e dos materiais empregues. Desta forma, pretendeu-se contribuir para uma melhor compreensão da construção existente no Panteão.

3.2.

A EVOLUÇÃO DO MONUMENTO: PANTEÃO NACIONAL

Este subcapítulo foi realizado com base na informação existente no livro «Obras de Santa Engrácia – O Panteão Nacional» (Araújo, Melo & Neto), e com informações históricas e cronológicas existentes no site do SIPA, Sistema de Informação para o Património Arquitectónico (SIPA, 2017).

No início da sua construção, o monumento que atualmente é o Panteão Nacional destinava-se a ser a Igreja de Santa Engrácia, edifício projetado para o culto religioso. A história deste monumento remonta a 1570, quando, com a criação da nova paróquia de Santa Engrácia, D. Maria, última filha do rei

D. Manuel e da rainha D. Leonor, mandou construir a primeira igreja situada neste local. Uma obra do Arquiteto Jerónimo de Ruão, da qual não restam vestígios.

Em 1632, no reinado de Filipe III, iniciou-se a construção da segunda igreja, a cargo do arquiteto Mateus do Couto. Após a Restauração (1640), as obras passaram a realizar-se a um ritmo lento, consequência da divisão política dos fidalgos da Irmandade, ficando estas paradas aquando a morte do arquiteto, em 1644. Em 1681, a construção foi entregue a Mateus de Couto, sobrinho do anterior arquiteto, também ele com este nome. Nesse mesmo ano, a 19 de fevereiro, deu-se o desabamento da capela-mor que arrastou parte das antigas paredes da primitiva igreja quinhentista e, a 17 de setembro, pela Mesa da Irmandade, foi aprovado o projeto do mestre pedreiro João Antunes para a construção na nova igreja (projeto da estrutura atual do monumento). A cerimónia solene do lançamento da primeira pedra da igreja atual, edificada

de raiz pelo príncipe D. Pedro, ocorreu a 31 de agosto de 1682.

O projeto do mestre João Antunes é diferenciado por ter uma planta centralizada, em cruz grega e, ainda, por ter paredes exteriores ondulantes que unem os quatro braços de igual dimensão e que são marcadas nos cantos por torreões, tendo proporções e escalas com referências italianas.

As paredes do edifício ergueram-se até à cimalha real, no final da primeira década do século XVIII, originando a sua peculiar forma cúbica. Em 1712, com a morte do mestre João Antunes, o monumento estava inacabado, faltando construir a cobertura, os acabamentos interiores e outros elementos menores. Nesta altura, começaram a surgir, também, incertezas quanto à robustez da parede do alçado principal para suportar o peso da cúpula. De forma a assegurar a robustez desta parede, o francês

Du Verger sugeriu a execução de quatro contrafortes na fachada principal. Todavia, apesar desta intervenção de execução deste reforço estrutural, a obra permaneceu inacabada.

Com a construção do Convento de Mafra, as obras da Igreja de Santa Engrácia pararam, entre 1747- 1763, construindo-se uma cúpula de estrutura em madeira para cobrir a igreja, permanecendo assim até aos anos 60 do século XX.

Apesar de sofrer o terramoto a 1 de novembro de 1755, a igreja não sofreu grandes estragos. Em 1837, na Corte Constituinte, Mariano Franzini considerou apropriada a adaptação da igreja de Santa Engrácia a Panteão. Para a conclusão do monumento idealizou-se a construção de uma cúpula para a cobertura, tal como no Panteão Francês, e com configuração arquitetónica semelhante à do Panteão de Roma.

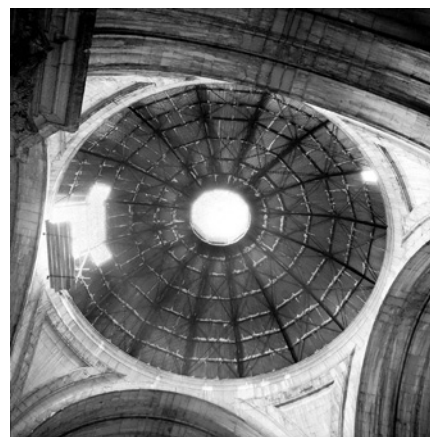


FIGURA 3.1 Igreja de Santa Engrácia em 1960. Esquerda: exterior da igreja. Direita: cúpula metálica provisória vista pelo interior. SIPA.FOTO.00505696 / SIPA.FOTO.00505763

A igreja inacabada foi cedida ao Ministério da Guerra, que a entregou à Direção-Geral de Artilharia, na segunda metade do século XIX. O edifício passou a ser usado para depósitos de sucata, de carvão, de areias e outros artigos necessários para as fábricas localizadas no Campo de Santa Clara. Por esta altura foi construída uma estrutura provisória para a abertura no zimbório, sendo esta estrutura em chapa de ferro e vidro (Figura 3.1).

A 16 de junho de 1910, a igreja passou a ser classificada como Monumento Nacional. Apesar desta classificação, o edifício foi entregue ao Depósito Central de Fardamento, passando a funcionar como fábrica de calçado. Esta ocupação militar perdurou até 1954.

Apesar de em 1837 ser considerada a adaptação da igreja a Panteão, ela só recebeu a condição de Panteão Nacional a 29 de abril de 1916, sendo tomadas medidas para a recuperação da estrutura existente e construção da cúpula em 1956. De entre várias propostas entregues para a conclusão do monumento, foi a proposta do arquiteto Luís Amoroso Lopes a escolhida para prosseguir as obras da conclusão do monumento. Estas decorreram entre os anos de 1960 e 1966, sendo o engenheiro Edgar Cardoso o responsável pelo estudo estrutural e pela orientação das obras da construção da cúpula em betão armado (Figura 3.1).

3.3.

PROPOSTAS DE CÚPULAS PARA A CONCLUSÃO DO PANTEÃO

Este subcapítulo foi realizado com base na informação existente no livro «Obras de Santa Engrácia – O Panteão Nacional» (Araújo, Melo & Neto).

Em 1956, foram sete os arquitetos que entregaram estudos com propostas para a conclusão do monumento, sendo estes convidados pelo ministro das Obras Públicas, Arantes de Oliveira. Atualmente, apenas são conhecidas as propostas de quatro deles – António Lino, Joaquim Areal e Silva, Raul Lino e Luís Amoroso Lopes – estando os seus estudos guardados em arquivos públicos.

António Lino apresentou duas propostas com a ausência de interligação entre elas. A primeira consistia na construção de uma cúpula e duas torres, a segunda, na realização de uma cobertura rebaixada em ferro e vidro.

Joaquim Areal e Silva propôs a construção de uma cúpula com a exploração da arquitetura de influência romana seiscentista, não recorrendo às torres na fachada.

Raul Lino apresentou uma proposta cujo desenho da cúpula se aproxima do coroamento da igreja de São Luís dos Inválidos, em Paris. Esta proposta tem como finalidade complementar e acrescentar o indispensável para finalizar a obra do monumento.

O arquiteto Luís Amoroso Lopes, da Direção-Geral dos Edifícios e Monumentos Nacionais, apresentou duas propostas, sendo estas marcadas por perspetivas diferentes e, ainda, tendo a cúpula da Basílica de São Pedro, no Vaticano, como referência. Na primeira proposta, Amoroso Lopes viu o monumento como uma estrutura por finalizar, o que lhe permitiu toda uma liberdade criativa, apresentando um projeto com a inclusão de torres nos cantos do monumento. Na segunda proposta, o edifício foi considerado como estrutura para restauro e, nesse sentido, tentou minimizar as intervenções construtivas realizando apenas o necessário para permitir a utilização do edifício. Desta forma, apresentou como proposta o acabamento da cobertura do terraço com a construção de uma cúpula, mas não considerou a criação de torres.

3.4.

A PROPOSTA FINAL PARA A CÚPULA DO PANTEÃO

Este subcapítulo foi realizado com base na informação existente no livro «Obras de Santa Engrácia – O Panteão Nacional» (Araújo, Melo & Neto), informações recolhidas através da Dr.^a Isabel Melo, em visitas ao Panteão, e em peças desenhadas da solução proposta, peças estas existentes no Panteão Nacional e na biblioteca do SIPA, no Forte de Sacavém.

Foi o princípio subjacente à segunda proposta de Amoroso Lopes que lhe valeu um convite a melhorá-la e, posteriormente, concretizá-la, no projeto de conclusão do monumento. Amoroso Lopes elaborou novos desenhos, particularmente da cúpula, tendo antes realizado uma viagem de estudo por Espanha, França e Itália, onde obteve fortes referências para a elaboração do projeto final (Araújo, Melo & Neto).

A proposta apresentada pelo arquiteto para o projeto da cúpula, consistiu numa estrutura em betão armado, com as mesmas características de acabamentos da estrutura

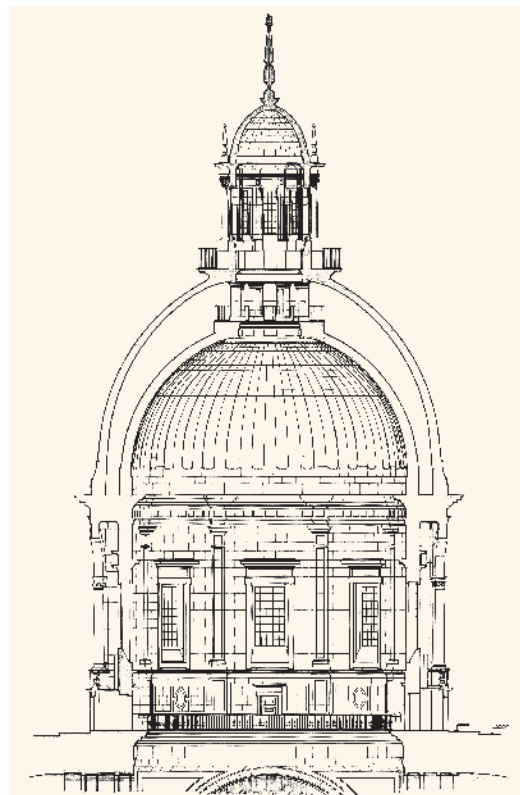
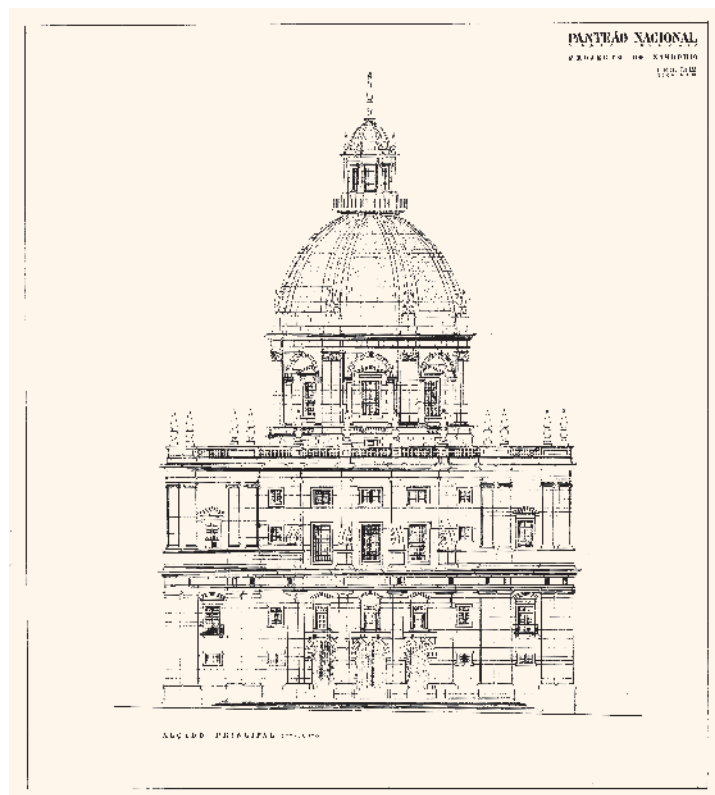


FIGURA 3.2 Projeto de Luís Amoroso Lopes. Esquerda: alçado principal, 1956. Direita: corte ao nível do terraço, 1958.

Fonte: SIPA (DES.00013896 e DES.00543186).

existente, possibilitando uma harmonia na totalidade do monumento. A direção técnica para a construção da cúpula foi constituída pelo arquiteto Amoroso Lopes e pelo engenheiro Edgar Cardoso, ficando este responsável pelos cálculos de estabilidade e resistência da estrutura.

A Figura 3.2 apresenta com maior detalhe a referida proposta da cúpula de conclusão do Panteão, que consiste num corpo cilíndrico e duas cúpulas no topo com lanternim. O corpo cilíndrico é composto por duas camadas. A exterior é constituída por oito pilares de betão armado e colunas em pedra ligadas no topo por um arco em pedra, sendo estes elementos verticais distribuídos por uma superfície cilíndrica. A parte interior é constituída por oito pilares de betão armado e fechada com paredes de alvenaria de tijolo, alvenaria de pedra de cantaria e paredes de betão armado, apresentando uma configuração cilíndrica e dispondo de grandes aberturas nas janelas.

As duas cúpulas alinhadas pelas duas camadas do corpo cilíndrico separam-se deste por um lintel de betão armado. No topo destas existe uma abertura onde está localizado o lanternim. Este, por sua vez, é constituído por oito pilares de betão armado que conferem a ligação entre a cúpula interior e a exterior, provocando, desta forma, uma distribuição das cargas provenientes do lanternim pelas duas cúpulas. Na superfície externa da cúpula exterior, existem arcos, trabalhados a pedra de cantaria, alinhados com os pilares de betão armado, também estes revestidos a pedra de cantaria.

Apesar da proposta apresentada pelo arquiteto Luís Amoroso ser uma estrutura de betão armado, a aplicação do revestimento em pedra de cantaria em toda a envolvente interior e exterior da estrutura origina uma verdadeira homogeneização entre a estrutura existente e a proposta de construção.

3.5.

O PROCESSO CONSTRUTIVO

Para a realização deste subcapítulo, que envolve o estudo do processo construtivo da finalização do monumento, foi necessária uma análise detalhada das peças desenhadas, do arquiteto Luís Amoroso Lopes e do engenheiro Edgar Cardoso, das fotografias do período de construção, disponíveis no *site* do SIPA (SIPA, 2017), dos elementos existentes na biblioteca do SIPA (Forte de Sacavém) e dos elementos fotográficos anexados ao documento «Verificação da Estabilidade da Construção» (Cardoso, 1965). Deste último documento foram, também, tidas em conta as descrições do Eng.º Edgar Cardoso. Foi analisada a informação existente no livro «Obras de Santa Engrácia – O Panteão Nacional» (Araújo, Melo & Neto) e a informação contida num estudo realizado pela empresa ÁZIMO Consultoria e Fiscalização Lda. para um projeto de recuperação da cúpula (Delgado, J., 2006), encomendado pelo Instituto Português do Património Arquitectónico (IPPAR)². Em visitas ao Panteão foram, também, obtidos relatos pela diretora, Dr.ª Isabel Melo, que em muito contribuíram para uma melhor compreensão do edifício. O texto seguinte foi elaborado com base num conjunto de informações recolhidas.

O início dos trabalhos das obras do Panteão ocorreu em 1960, sob ordem da Direção-Geral dos Edifícios e Monumentos Nacionais e tinha em vista um programa faseado de 10 anos (Araújo, Melo & Neto). Estes trabalhos consistiam

² IPPAR – Instituto Português do Património Arquitectónico. Mais tarde em 2006, o IPPAR funde-se com o Instituto Português de Arqueologia, originando o Instituto de Gestão do Património Arquitectónico e Arqueológico (IGESPAR). Atualmente este documento (Delgado, J., 2006) encontra-se na Direção Geral do Património Cultural (DGPC).

na construção de uma balaustrada na periferia do terraço, na construção da cúpula que possibilitava o fecho da nave central do monumento, no acabamento do terraço e no restauro e acabamento da envolvente interior do monumento, nomeadamente a capela-mor, a construção dos cenotáfios³ e das salas tumulares, e todos os acabamentos de escultura. Foi realizado, também, o arranjo da zona envolvente ao monumento, da autoria de Carlos Chambers Ramos, com a aplicação de uma área pavimentada e uma escadaria na fronteira de acesso, vencendo o desnível existente no terreno, (Araújo, Melo & Neto; Delgado, J., 2006).

Para a construção do novo corpo estrutural, os processos construtivos apresentavam características diferentes da estrutura já existente, antes de 1960. Com a existência de dois conjuntos estruturais, de materiais diferentes, foi necessário garantir uma ligação eficiente entre a estrutura existente e a estrutura a construir. Assim sendo, o Eng.º Edgar Cardoso considerou a construção de um anel de betão armado, para garantir a ligação das duas estruturas (Cardoso, 1965).

Este anel de betão armado, *«que se destinava não só a transmitir as cargas verticais dos elementos superiores, mas também resistir às reações dos elementos concordantes dos arcos das naves quando solicitadas por eles»* (Cardoso, 1965, p. 1). O anel de betão armado situa-se imediatamente acima das meias cúpulas de cantaria da estrutura existente e termina ao nível do atual terraço (Cardoso, 1965). Atualmente, não é possível visualizar a existência deste anel de betão armado, apenas se tem a precessão da sua altura observando a base do varandim interior ao nível do terraço. No entanto, através de elementos fotográficos

da construção da obra foi possível observar a forma como este foi construído.

O anel de betão armado toma dimensões aproximadas de $0,60 \times 2,00 \text{ m}^2$, estando incorporadas neste, duas lajes, também de betão armado. Estas localizam-se nas cotas +25,00 m e +27,00 m. A laje inferior encontra-se apoiada diretamente na alvenaria de enchimento acima do arco das meias cúpulas, enquanto que a laje superior se encontra ao nível do terraço e está apoiada no anel de betão armado e numa parede de alvenaria de tijolo. A laje à cota +25,00 m foi reforçada de modo a permitir uma melhor distribuição das cargas provenientes dos pilares. O anel de betão armado é constituído por duas camadas que têm continuidade com o tambor cilíndrico, a primeira contém três paredes: uma de alvenaria de pedra de cantaria; uma de betão armado e uma de alvenaria de tijolo. A segunda camada contém uma parede de alvenaria de tijolo com pilares de betão armado e betão ciclópico⁴ adjacentes à mesma (Cardoso, 1965). As figuras 3.3, 3.4 e 3.5 ilustram este processo construtivo.

Acima do anel de betão armado localiza-se o tambor da cúpula. Este é constituído por dois corpos cilíndricos com um corredor a dividi-los. O tambor é composto por alvenaria de pedra de cantaria, de calcário de lioz, alvenaria de tijolo, betão ciclópico e elementos de betão armado, nomeadamente os pilares que iniciam na base do anel de betão armado e o corpo cilíndrico interior, que é composto por uma parede de betão armado (peças desenhadas de SIPA, 2017, e Cardoso, 1965).

O tambor da cúpula apresenta a configuração descrita anteriormente até à cota +29,45 m. Acima desta cota, o

3 Cenotáfios – túmulo honorário em memória a alguém cujos restos mortais não se encontram ali sepultados.

4 Betão ciclópico – betão constituído por agregados de maior dimensão, como pedras de enrocamento.

FIGURA 3.3 Anel de betão armado. Esquerda: corte do anel de betão armado. Direita: localização do anel de betão armado no alçado da cúpula de betão armado.

Fontes: adaptado de projecto de recuperação da cúpula, estudo prévio, Azimo, Lda (Delgado, J., 2006) (esquerda); adaptado de SIPA (direita).

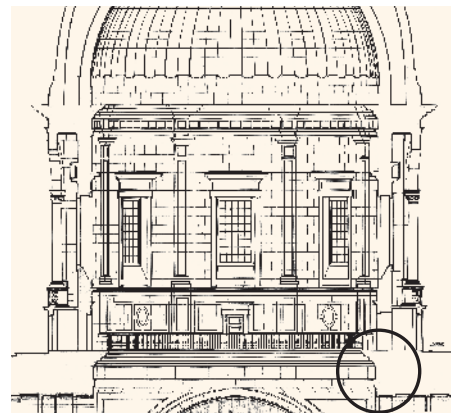
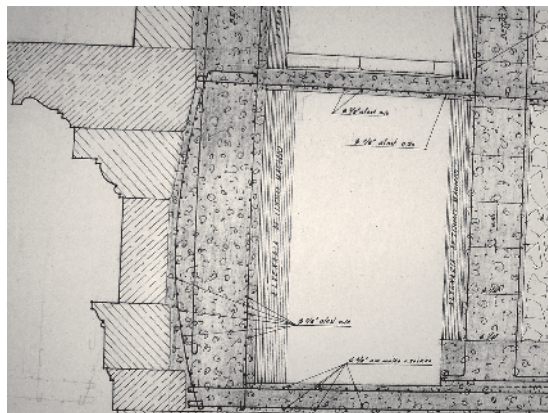


FIGURA 3.4 Início da construção do anel de betão armado: laje de betão armado à cota 25 m.

SIPA.FOTO.00505789 /
SIPA.FOTO.00505788



FIGURA 3.5 Construção do anel de betão armado. Esquerda: arranque do pilar de suporte do corpo cilíndrico exterior à cota +25,00 m. Direita: pormenor da parede de betão armado e alvenaria de tijolo do corpo cilíndrico inferior e parede de betão ciclópico do corpo cilíndrico exterior.

SIPA.FOTO.00505856 /
SIPA.FOTO.00505824



corpo cilíndrico exterior é composto por pilares de betão armado revestidos por pedra de cantaria. Adjacentes a estes pilares encontram-se duas colunas em pedra. Estas apoiam o arco, também em pedra, que vence o vão das aberturas existentes. Entre os corpos cilíndricos interior e exterior localiza-se uma varanda que é acedida através de escadas localizadas entre os pilares interiores e exteriores. São as aberturas existentes entre estes que possibilitam a localização das escadas e das entradas para a varanda. Num destes intervalos entre pilares localiza-se a escada de acesso ao interior das cúpulas (elementos fotográficos de SIPA, 2017).

O corpo cilíndrico interior é constituído por uma superfície fechada, contendo as seguintes aberturas: portas que fazem a ligação ao terraço e estrutura existente – estrutura anterior a 1960 – e janelões localizados entre os pilares de betão armado, que permitem iluminar o interior do monumento através da luz proveniente do exterior e da zona das varandas (elementos fotográficos de SIPA, 2017).

Em termos de sistema construtivo, o corpo cilíndrico interior apresenta dois tipos de construção. O primeiro, compreendido entre as cotas +27,00 m e +29,45 m, é composto por alvenaria de pedra de cantaria pelo interior, parede de betão armado de agregado de média dimensão (agregados menores que o betão ciclópico), e uma parede de alvenaria de tijolo pelo lado do corredor entre os dois corpos cilíndricos. O segundo tipo de construção está compreendido entre as cotas +29,45 m e +41,15 m, localizando-se nesta última um lintel de betão armado. Neste troço, a parede de alvenaria é substituída por alvenaria de pedra de cantaria que é visível pelo exterior. Esta passa a ser a parede em contacto com o exterior devido à presença da varanda. Nesta parte do corpo cilíndrico

interior as aberturas tomam maiores dimensões, resultantes do tamanho dos janelões (elementos fotográficos e peças desenhadas de SIPA, 2017, e Cardoso, 1965).

Os pilares de betão armado distribuem-se de forma cilíndrica ao longo do tambor. Existem oito pilares no tambor interior e outros oito pilares no tambor exterior. Estes iniciam-se na laje inferior do anel de betão armado (cota +25,00 m) e conferem a resistência da cúpula. Os pilares tomam dimensões de $1,80 \times 0,40 \text{ m}^2$, em betão armado,



FIGURA 3.6 Construção do tambor. Cima: tambor exterior ao nível do terraço. Baixo: tambor interior da cúpula num nível superior ao terraço. SIPA.FOTO.00505962 / SIPA.FOTO.00505995

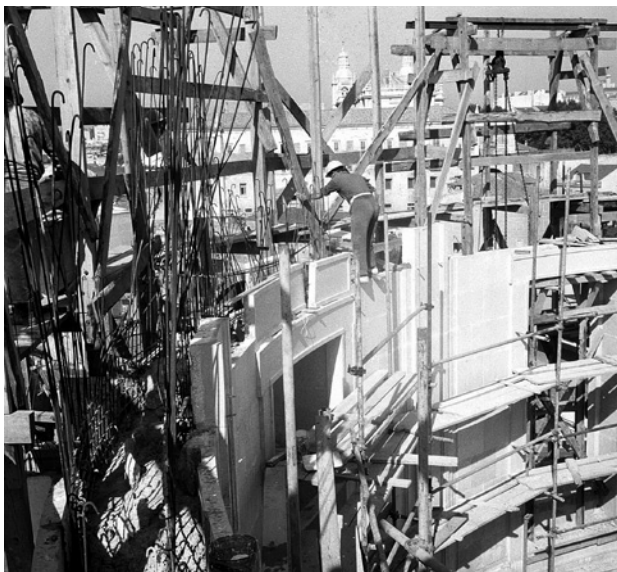


FIGURA 3.7 Construção do tambor. Esquerda: pormenor do sistema de construção do corpo cilíndrico interior, ao nível dos janelões. Direita: vista pelo exterior da construção do tambor.

SIPA.FOTO.00506344 / SIPA.FOTO.00506356

sendo revestidos por pedra de cantaria. Os pilares terminam na cota +41,15 m, onde se situa um lintel de betão armado com dimensões aproximadas de $2,50 \times 1,70 \text{ m}^2$ (peças desenhadas, SIPA, 2017, e Cardoso, 1965). As figuras 3.6 e 3.7 ilustram o processo construtivo do corpo cilíndrico (tambor) acima do anel de betão armado.

As duas cúpulas de betão armado iniciam-se a partir do lintel de betão armado assente nos pilares. Os arcos concordantes à cúpula exterior estão alinhados com os pilares contribuindo, assim, para um encaminhamento de cargas mais eficiente. Estas cúpulas tomam uma forma parabólica, não tendo uma configuração esférica perfeita. Contudo, a cúpula interior apresenta um formato a tender para esférico.

As duas cúpulas apresentam uma abertura no topo que é fechada por um lanternim que confere a ligação entre as duas cúpulas através de oito pilares de betão

armado revestidos a pedra de cantaria (elementos fotográficos de SIPA, 2017).

Para o processo construtivo da cúpula interior, foi utilizado um cimbreiro metálico, a partir do interior, de forma a suportar a cofragem em madeira. As pedras de revestimento interiores foram aplicadas sobre as tábuas de madeira apoiadas no cimbreiro, sendo estas a conferir a cofragem do betão (Figura 3.8). Acima das pedras de revestimento interior foi colocada a malha de armadura proveniente do lintel de betão armado (na base da cúpula), sobrepondo-se a esta armadura um sistema de cofragens, realizando-se, posteriormente, a betonagem da cúpula (Figura 3.9). A superfície exterior desta cúpula não conteve qualquer tipo de acabamento. O betão encontrava-se à vista, tendo sido anos mais tarde pintado (Delgado, J., 2006; elementos fotográficos de SIPA, 2017).



FIGURA 3.8 Construção das cúpulas. Esquerda: preparação da colocação do cimbre pelo interior. Direita: vista pelo exterior da construção da cúpula interior suportada pelo cimbre.

SIPA.FOTO.00506500 /
SIPA.FOTO.00507321



FIGURA 3.9 Construção das cúpulas. Esquerda: arranque das armaduras na cúpula interior. Direita: faseamento da cofragem para a betonagem, cúpula interior.

SIPA.FOTO.00507318 /
SIPA.FOTO.00507430

No processo construtivo da cúpula exterior foi construída uma estrutura do género de cimbre para se aplicar as cofragens. Esta estrutura, em madeira, encontrava-se apoiada na cúpula interior, já construída. Na Figura 3.10 identifica-se a forma como a estrutura de madeira se apoiou na cúpula interior, observando-se numa das imagens a cofragem por cima desta estrutura. Após a aplicação

da cofragem em madeira foram colocadas as armaduras. À semelhança da cúpula interior, na cúpula exterior a pedra de revestimento também apresentou a função de cofragem do betão armado pelo exterior (Figura 3.11). A betonagem foi realizada depois da pedra de cantaria ser aplicada (Delgado J., 2006). Concluiu-se, assim, que a ligação entre o betão armado e a pedra de revestimento

FIGURA 3.10 Construção das cúpulas: preparação da cofragem da cúpula exterior.

SIPA.FOTO.00507465
SIPA.FOTO.00507367



FIGURA 3.11 Construção das cúpulas: Esquerda: armadura e aplicação da pedra de revestimento que serve de cofragem, para a cúpula exterior. Direita: transição da cúpula exterior para o lanternim.

SIPA.FOTO.00507365
SIPA.FOTO.00510810



para além de ter sido efetuada por elementos metálicos, foi feita através das argamassas de cimento e areia constituídas no betão (Figura 3.12) (Elementos fotográficos de (SIPA, 2017)).

No projeto original do Panteão pretendia-se que o acesso ao terraço fosse efetuado através de quatro núcleos de escadas nos quatro torreões, iniciando-se na

base da estrutura. No entanto, na proposta apresentada por Amoroso Lopes, o acesso ao terraço é realizado através de um corredor com uma escadaria que contorna o anel de betão armado na base do tambor da cúpula. Com a nova solução, as saídas para o terraço provenientes do núcleo de escadas perderam a sua utilização à cota +25 m, onde a partir desta altura se iniciou o novo trajeto para o acesso



FIGURA 3.12 Construção das cúpulas. Esquerda: pormenor dos elementos metálicos inseridos na pedra de revestimento da cúpula interior que conferem juntamente com as argamassas a ligação com o betão armado. Direita: zona de fecho da cúpula exterior e início da construção do lanternim.
SIPA.FOTO.00507445 (esquerda) / Delgado, J., 2006 (direita).

ao terraço. Assim, nesta cota, foram construídas paredes de alvenaria de tijolo nos quatro torreões, na continuação das escadas antigas.

Nas paredes existentes nos quatro torreões foi possível identificar, em algumas delas, o início do arranque das escadas, através de uma saliência em pedra na parede. Apesar destas paredes de alvenaria impedirem o acesso a essa zona por construir, num dos torreões existe um orifício que possibilita observar a construção interior. No dia 24 de julho de 2017 efetuou-se uma visita ao monumento de forma a analisar esta área específica, Figura 3.13. Foi possível identificar uma inclinação da laje, que viria a servir de escada de acesso ao terraço, bem como o sistema resistente que suporta o terraço. Existem paredes de alvenaria de tijolo que se encontram pouco espaçadas entre elas, de forma a não existirem vãos elevados entre

elas. Na área técnica dos elevadores também se observou este sistema construtivo. Estas paredes de alvenaria têm a particularidade de não apresentar o sistema construtivo comum. Os tijolos foram colocados espaçados, apoiando-se nas extremidades (Figura 3.14). No topo das paredes de alvenaria existe uma laje de abobadilhas e vigotas, existindo por cima desta a pedra do pavimento do terraço.

No plano de trabalhos do restauro da estrutura existente, o monumento não foi terminado na sua totalidade, faltando o acabamento das galerias dos pisos superiores da capela-mor. Esta área inacabada encontra-se com as paredes por rebocar apresentando apenas a primeira camada de reboco à base de cimento, denominada por salpisco. Porém não é possível aceder à totalidade desta parte do edifício.

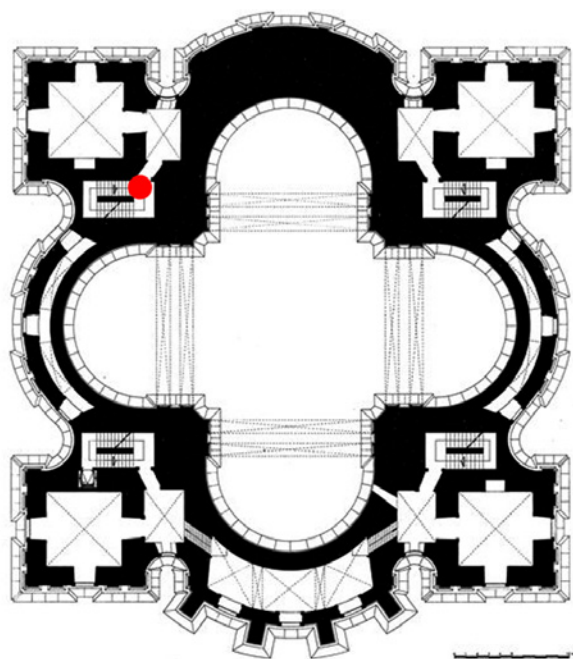


FIGURA 3.13 Localização da zona da observação ao interior da parede fechada com alvenaria de tijolo.

Enquanto as obras da cúpula se realizavam e o interior do monumento se restaurava, decorria no exterior o arranjo da zona envolvente. Com o objetivo de vencer o desnível do terreno que envolve o edifício foram realizadas escavações na periferia e em frente à fachada principal do monumento. Devido às escavações realizadas algumas fundações de paredes e colunas foram praticamente descalçadas, nomeadamente as colunas na entrada da fachada principal e nas paredes do canto esquerdo da mesma fachada (Elementos fotográficos de SIPA, 2017).

Na Figura 3.15 identifica-se com maior detalhe as escavações mencionadas. Na figura da esquerda é visível uma mancha escura no canto inferior esquerdo da fachada principal. Apesar de a estrutura estar delimitada pelo nível térreo anterior, com a escavação ocorrida verifica-se que as paredes da fachada têm continuidade, ficando visível através de zonas mais escuras os materiais



FIGURA 3.14 Sistema construtivo do acesso ao terraço.

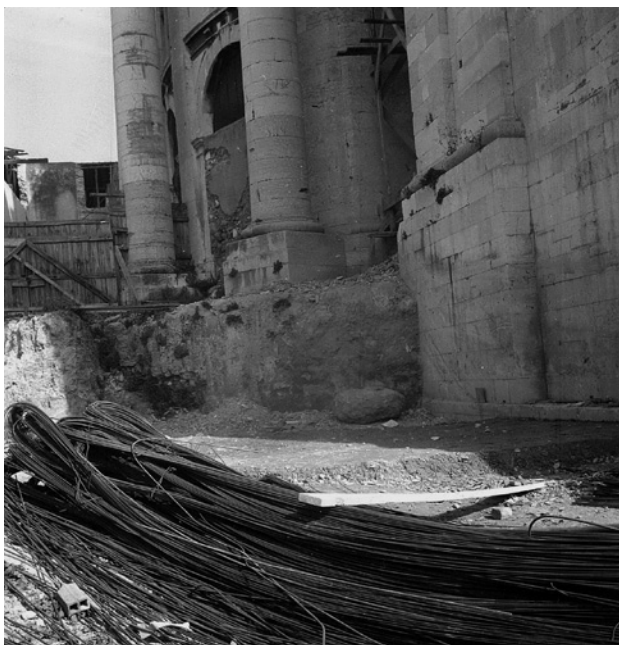


FIGURA 3.15 Cima: obras junto à fachada principal, escavações.
Baixo: desaterro junto às fundações de colunas e paredes.

SIPA.FOTO.00507326 / SIPA.FOTO.00507469

que se encontravam enterrados. Contudo, nem todos os elementos estruturais apresentavam continuidade para níveis de cota inferior. As colunas, em particular, não dispõem desta continuidade, onde se pode verificar com maior detalhe na imagem de baixo da Figura 3.15.

As escavações realizadas junto à fachada principal tinham como objetivo a realização de um nivelamento desta área e a construção de uma escadaria. Como referido anteriormente, as colunas não apresentavam continuidade para níveis inferiores, tendo sido adotado como nível de referência a cota das bases das colunas. Na Figura 3.16 apresentam-se duas figuras da fachada principal do monumento. A primeira corresponde ao período anterior à realização das obras da conclusão do edifício, a segunda corresponde ao período em que as obras já se encontravam concluídas. Analisando as duas figuras é possível identificar, no canto inferior esquerdo da fachada o efeito do desaterro realizado. Os alinhamentos escuros nesta zona, na figura da direita, coincidem aproximadamente com o nível do terreno da figura da esquerda.

Analisando o exterior do monumento, a intervenção de acabamento deste conferiu-lhe uma verdadeira imponência. O arranjo da envolvente, permitiu um maior destaque do monumento e a construção da balaustrada conduziu a uma delimitação da estrutura homogênea. A construção da cúpula revolucionou a arquitetura do edifício, tornando-o numa referência paisagística visível do Tejo e dos miradouros da cidade.

Nas figuras Figura 3.17 e Figura 3.18 apresenta-se o pormenor da cúpula de betão armado já construída, vista pelo interior e exterior do monumento.



FIGURA 3.16 Fachada principal.
Cima: antes das obras, 1960.
Baixo: depois das obras.

SIPA.FOTO.00505688 /
SIPA.FOTO.00005685





FIGURA 3.17 Pormenor da cúpula pelo interior do monumento.

Fotografia José Paulo Ruas (2011), Museus e Monumentos de Portugal E.P.E. / Arquivo de Documentação Fotográfica, 51505 DIG / 51504 DIG



FIGURA 3.18 Panteão Nacional, vista aérea.

Fotografia Luís Pavão, Museus e Monumentos de Portugal E.P.E. / Arquivo de Documentação Fotográfica, 52367 DIG

Pormenor da cúpula pelo exterior do monumento.

Fotografia José Paulo Ruas (2011), Museus e Monumentos de Portugal E.P.E. / Arquivo de Documentação Fotográfica, 51524 DIG

4

ANÁLISE ESTRUTURAL DE CÚPULAS



4.1.

INTRODUÇÃO

No presente capítulo apresenta-se o estudo realizado sobre o funcionamento estrutural de cúpulas, nomeadamente cúpulas esféricas. Neste sentido, realiza-se inicialmente um enquadramento das metodologias possíveis de utilizar na análise deste tipo de estruturas, em particular, metodologias analíticas, já desenvolvidas. Os conceitos destas metodologias contribuem, numa vertente teórica, para uma melhor compreensão do comportamento das estruturas arqueadas, nomeadamente as cúpulas esféricas, servindo de base para resultados provenientes da análise de modelos numéricos.

Numa fase posterior realiza-se uma análise numérica através da aplicação de metodologias mais recentes – o Método dos Elementos Finitos com comportamento elástico linear. Para esta análise numérica é utilizado o programa de cálculo *SAP2000* sendo criados quatro modelos de cúpulas esféricas com elementos de casca e de sólidos. O primeiro modelo consiste numa representação de uma cúpula esférica sujeita apenas ao seu peso próprio; no segundo é admitida uma abertura no topo da cúpula; no terceiro considera-se a aplicação de uma carga distribuída no bordo da abertura, que representa a ação de um lanternim; por último, no quarto modelo considera-se, igualmente, a aplicação no bordo da abertura de uma carga distribuída, mas com o dobro do valor.

No estudo dos modelos numéricos realizados pretende-se avaliar a distribuição das tensões meridionais e circunferenciais ao longo da cúpula, em função das características do modelo, bem como a suscetibilidade do aparecimento de fendas devido a estas tensões. Pretende-se, ainda, avaliar o comportamento da estrutura face a uma variação da temperatura, analisando-se as tensões ocorridas.

4.2.

ESTUDOS ANALÍTICOS DE CÚPULAS

Desenvolvida para o estudo de cascas finas⁵, a Teoria das Membranas considera que o efeito dos momentos fletores pode ser desprezado, considerando apenas os esforços devido às tensões localizadas na superfície média da casca. Esta Teoria tem como simplificação básica a não consideração dos esforços internos de flexão, resultando numa metodologia estaticamente determinada, conduzindo a uma estimativa suficientemente rigorosa dos esforços internos das cascas finas, tendo como exceção as zonas na vizinhança das fronteiras. Na aplicação ao estudo de superfícies de pressões esta teoria torna-se complexa de utilizar. O desconhecimento da geometria da superfície e a necessidade de uma solução de membrana totalmente comprimida no conceito de superfície de pressões dificultam a sua aplicação (Gago, 2004).

No próximo subcapítulo, foi aplicada a Teoria das Membranas ao estudo de cúpulas seguindo duas abordagens diferentes. A primeira utiliza a seguinte teoria para a determinação de aproximações equilibradas das distribuições de esforços internos em estruturas que não podem ser consideradas cascas finas. A segunda abordagem apresenta uma analogia ao conceito das linhas de pressões em arcos, aplicando a Teoria das Membranas na análise do equilíbrio da superfície de pressões. Ao identificar a localização de uma membrana comprimida em equilíbrio com as cargas atuantes e fazendo a verificação do seu posicionamento no interior da estrutura verifica-se a estabilidade da mesma (Gago, 2004).

5 Entende-se por cascas finas cascas que apresentam uma espessura inferior a 5% do raio de curvatura local (Heyman 1967; Timoshenko & Woinowsky-Krieger, 1959; Gago, 2004).

De entre as duas metodologias aplicadas ao estudo de estruturas arqueadas mencionadas nos parágrafos anteriores, a metodologia de resolução das equações de equilíbrio da superfície de pressões não é a opção de maior preferência, devido ao seu grau de complexidade na aplicação em casos reais. Porém, apesar da elevada dificuldade que a metodologia apresenta, os seus resultados possibilitam a compreensão do funcionamento da estrutura em causa. Já no caso da metodologia de decomposição da estrutura em subestruturas bidimensionais, devido à sua maior facilidade de aplicação, acaba por ter maior adesão (Gago, 2004).

Uma alternativa a estas duas metodologias é o recurso à análise numérica, apresentando, contudo restrições na sua utilização. Esta metodologia apresenta uma maior procura quando os modelos numéricos a utilizar incorporam algoritmos lineares. Caso contrário a escolha é direcionada para metodologias analíticas e gráficas, conduzindo os resultados a soluções mais equilibradas e a um maior controlo do processo de cálculo por parte do analista (Gago, 2004).

4.2.1.

METODOLOGIA ANALÍTICA PELA APLICAÇÃO DA TEORIA DAS MEMBRANAS

Para a análise de metodologias analíticas é considerada uma membrana, com formato de superfície de revolução, sujeita a um carregamento simétrico em relação ao seu eixo. Através da rotação de uma curva plana, denominada por meridiano, em torno de um eixo localizado no mesmo plano obtém-se uma superfície de revolução. O círculo paralelo é originado pelo movimento de rotação que gera a superfície de cada ponto do meridiano.

Através de dois meridianos e de dois paralelos adjacentes é definido um troço elementar da superfície de revolução (Figura 4.1). Este troço elementar está sujeito aos esforços N_θ e N_ϕ , por unidade de comprimento, atuantes nas arestas do troço elementar da superfície, onde os ângulos θ e ϕ definem, respetivamente, a posição do meridiano e do paralelo (Gago, 2004).

Timoshenko, 1959, definiu como equações do troço elementar da superfície elementar as seguintes equações (Equações 4.1 e 4.2):

$$(4.1) \quad \frac{d}{d\phi} (r_0 N_\phi) - r_1 N_\theta \cos \phi + Y r_0 r_1 = 0$$

$$(4.2) \quad (r_0 N_\phi) + r_1 N_\theta \sin \phi + Z r_0 r_1 = 0$$

em que r_0 e r_1 são, respetivamente, os raios de curvatura do paralelo e meridiano, e Y e Z são as componentes do peso próprio e outras ações exteriores, por unidade de área, segundo os eixos das coordenadas locais (Gago, 2004).

A Equação 4.2 pode ser escrita de outra forma, Equação 4.3, em que r_2 é também um raio de curvatura da superfície e está em função de r_0 e $\sin \phi$, ou seja, $r_2 = r_0 / \sin \phi$. Na Figura 4.1 encontram-se representados os ângulos ϕ e θ , os esforços N_θ e N_ϕ e os raios de curvatura r_0 , r_1 e r_2 (Gago 2004).

$$(4.3) \quad \frac{N_\phi}{r_1} + \frac{N_\theta}{r_2} = -Z$$

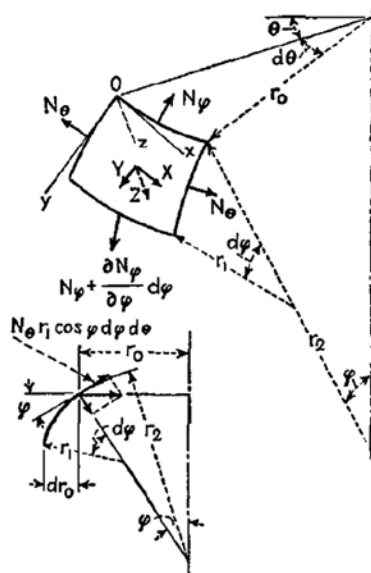


FIGURA 4.1 Troço elementar da membrana de revolução (Gago, 2004; Timoshenko, 1959).

Heyman, 1967 e 1977, apresenta uma solução para as Equações (4.1) e (4.3) no caso de a superfície apresentar a forma esférica e estar sujeita apenas à ação do seu peso próprio, Equações (4.4) e (4.5) (Gago, 2004):

$$(4.4) \quad \frac{N_{\phi}}{1 + \cos \phi} = -\gamma R$$

$$(4.5) \quad N_{\phi} = \gamma R \left(\frac{1}{1 + \cos \phi} - \cos \phi \right)$$

em que γ corresponde ao peso próprio da superfície por unidade de superfície, e R corresponde ao raio de curvatura da esfera.

Segundo Gago, «As expressões anteriores conduzem a resultados com grande grau de precisão em cascas finas em cujos apoios as reações são tangentes aos meridianos. Para outras condições de apoio ocorrerá flexão nas zonas próximas dos apoios e essas expressões só conduzirão a bons resultados em zonas suficientemente afastadas dos apoios» (Gago, 2004, p.161).

A partir das Equações 4.4 e 4.5 calcularam-se os valores dos esforços meridianais N_{ϕ} e circunferenciais N_{θ} para um intervalo de 0 a 90° do ângulo ϕ . A Figura 4.2 apresenta a orientação destes esforços para uma membrana esférica. É possível observar através desta figura que os esforços meridianais apresentam valores de compressão

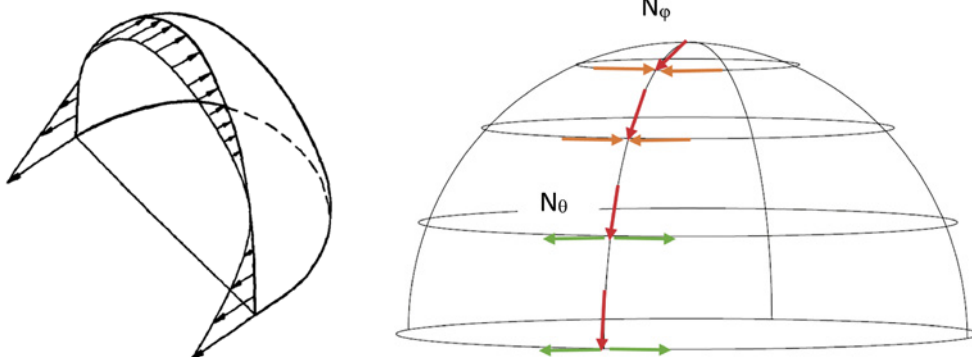


FIGURA 4.2 Membrana esférica sujeita apenas à ação do seu peso próprio. Esquerda: Tensões circunferenciais (Gago, 2004). Direita: — esforços meridianais N_{ϕ} , esforços circunferenciais N_{θ} : — de compressão, — de tração

(valores negativos) para todos os valores de ϕ , enquanto que os esforços circunferenciais tomam valores de compressão (valores negativos) até um determinado valor ϕ passando a apresentar valores de tração (valores positivos). A Figura 4.3 apresenta os resultados obtidos no cálculo dos esforços identificando o ângulo para o qual os esforços circunferenciais passam de compressão para tração, este corresponde ao ângulo $51,8^\circ$ (Gago, 2004).

As estruturas de alvenaria geralmente não podem ser consideradas cascas finas e, neste caso, a Teoria das Membranas não é diretamente aplicável. No entanto, é possível identificar nestas estruturas semelhanças relativamente às cascas finas. Uma das semelhanças entre estes dois tipos de estruturas, é o caso da distribuição de tensões circunferenciais de tração. Deste modo, as conclusões obtidas na solução da Teoria das Membranas podem ser aplicadas em cúpulas esféricas de alvenaria (Gago, 2004).

Aplicando as soluções da Teoria das Membranas em estruturas de alvenaria salienta-se o facto de a mudança

nas tensões circunferenciais originarem o aparecimento de fendas de tração nas estruturas. Como foi referido anteriormente, a alvenaria tem uma resistência à compressão razoável. Porém, a sua resistência à tração é quase nula, resultando no surgimento, a determinado nível, de tensões de tração, que provocam fendas. Um caso conhecido do aparecimento destas fendas, devidas a tensões de tração, é o do Panteão de Roma.

Após a avaliação da distribuição de tensões numa cúpula esférica considere-se a aplicação de um lanternim de raio r (Figura 4.5). Através das equações de equilíbrio 4.1 e 4.3, a solução para a cúpula esférica com lanternim sujeita à ação do peso próprio é (Equações 4.6 e 4.7) (Gago, 2004):

$$(4.6) \quad N_\phi = -\gamma R \frac{\cos \phi_i - \cos \phi}{(\sin \phi)^2}$$

$$(4.7) \quad N_\theta = \gamma R \left(\frac{\cos \phi_i - \cos \phi}{(\sin \phi)^2} - \cos \phi \right)$$

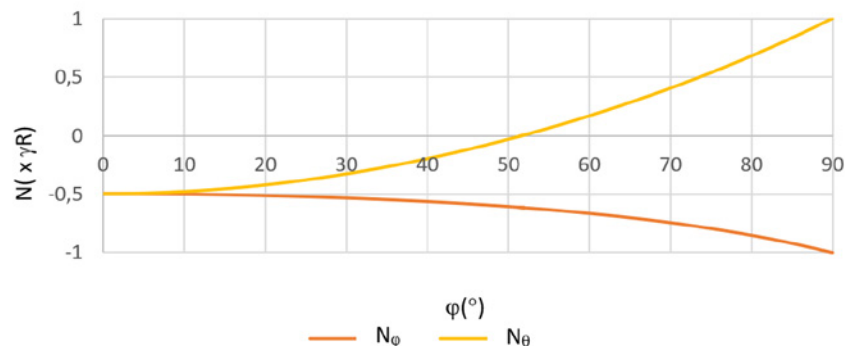
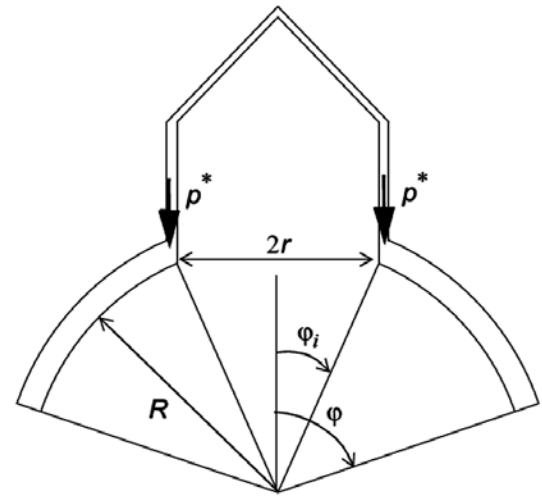


FIGURA 4.3 Resultados obtidos pelas equações dos esforços numa membrana esférica sujeita à ação do seu peso próprio (adaptado de Gago, 2004).

em que γ é o peso próprio, por unidade de área da membrana, R o raio da cúpula esférica e ϕ_i o ângulo que define a abertura do lanternim, (Figura 4.4).

Através das equações de equilíbrio 4.6 e 4.7 obteve-se os resultados das soluções para o caso de uma cúpula esférica sujeita à ação do seu peso próprio e com lanternim (Figura 4.5). Para o cálculo dos esforços foi utilizado no modelo do lanternim o ângulo 5° para ϕ_i . Este valor de ϕ_i na geometria do lanternim confere-lhe uma abertura de pequenas dimensões. A partir do gráfico verifica-se para a abertura em causa que, a partir de um ângulo j de aproximadamente 30° , os valores dos esforços meridionais e circunferenciais para a cúpula com abertura são praticamente coincidentes com os mesmos esforços na análise da cúpula sem abertura. A cúpula com abertura ao apresentar graficamente um comportamento semelhante ao da cúpula sem abertura, mostra que a sua estrutura está estabilizada e que não necessita de fecho devido ao efeito do seu comportamento tridimensional (Gago, 2004).



$$p^* = \frac{P}{2\pi r} = \frac{P}{2\pi R \sin \phi_i}$$

$$r = R \sin \phi_i$$

FIGURA 4.4 Modelo de cúpula esférica com lanternim (Gago, 2004).

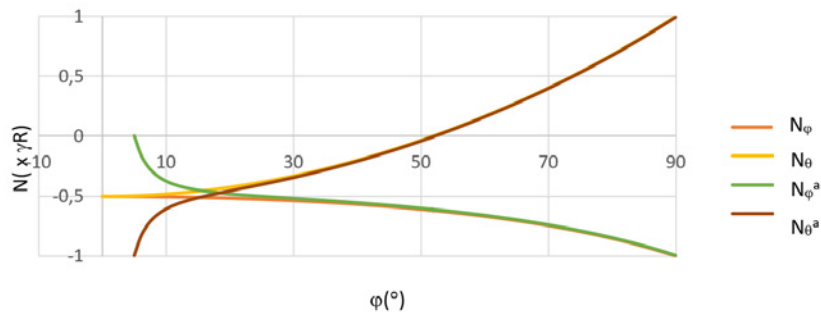


FIGURA 4.5 Resultados obtidos pelas equações dos esforços numa membrana esférica, com e sem lanternim, sujeita à ação do seu peso próprio (adaptado de Gago, 2004).

A partir da abertura com o ângulo j_i é possível analisar as diferentes fases construtivas de uma cúpula esférica, variando o ângulo j_i entre 90° e 0° e recorrendo às equações equilibradas 4.6 e 4.7. A Figura 4.6 apresenta graficamente a diferença dos esforços meridionais e circunferenciais correspondentes a cada fase construtiva da cúpula (para os ângulos 30° , 45° e 60°), onde é possível observar que junto ao bordo livre superior os esforços circunferenciais apresentam valores à compressão, no entanto para zonas mais próximas da extremidade inferior estes esforços passam a ter valores de tração (Gago, 2004).

Através das equações equilibradas 4.6 e 4.7 e com a análise do gráfico da Figura 4.6 é possível mostrar-se, teoricamente, que uma cúpula esférica pode ser construída não sendo necessário recorrer a um cimbre de escoramento. Os «iglos» do antártico são um exemplo de uma estrutura arqueada tridimensional, que na sua construção não necessita de suporte (Gago, 2004).

Segundo Gago, através da análise de uma secção do troço da cúpula (Figura 4.7), é possível constatar-se que «os esforços de compressão na parte superior resultam numa acção horizontal H que equilibra o momento destabilizante provocado pelo peso V dessa secção do troço da cúpula» (Gago, 2004, p.164).

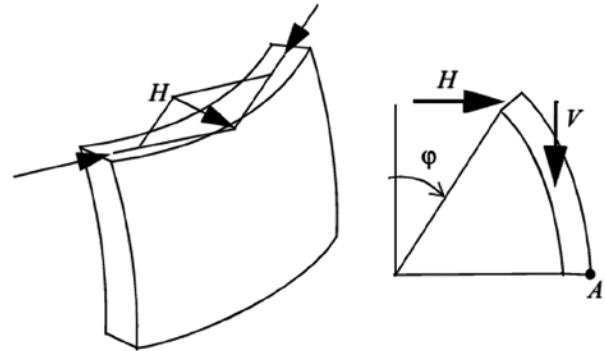


FIGURA 4.7 Equilíbrio do troço de uma cúpula esférica (Gago, 2004).

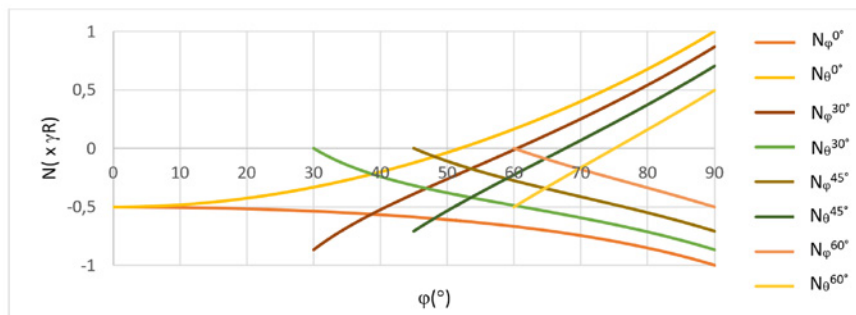


FIGURA 4.6 Esforços meridionais e circunferenciais para diferentes fases construtivas da cúpula esférica, sujeita à ação do seu peso próprio (adaptado de Gago, 2004).

Considerando apenas a ação do peso P do lanternim é possível determinar os esforços, por unidade de comprimento, no bordo da abertura. Tendo em conta que o peso do lanternim corresponde à carga p^* distribuída ao longo do bordo da abertura do lanternim (Figura 4.4), e recorrendo à Teoria das Membranas a solução dos esforços meridionais e circunferenciais é (Gago, 2004):

$$(4.8) \quad N_{\phi} = -p^* \frac{\sin \phi_i}{(\sin \phi)^2}$$

$$(4.9) \quad N_{\theta} = p^* \frac{\sin \phi_i}{(\sin \phi)^2}$$

Combinando a solução das equações para a ação do peso do lanternim – Equações 4.8 e 4.9 – com as equações para a ação do peso próprio da membrana – Equações 4.6 e 4.7 – obtém-se a solução para o efeito do conjunto do peso próprio da membrana com o peso do lanternim, Equações 4.10 e 4.11 (Gago, 2004):

$$(4.10) \quad N_{\phi} = -\gamma R \frac{\cos \phi_i - \cos \phi}{(\sin \phi)^2} - p^* \frac{\sin \phi_i}{(\sin \phi)^2}$$

$$(4.11) \quad N_{\theta} = \gamma R \left(\frac{\cos \phi_i - \cos \phi}{(\sin \phi)^2} - \cos \phi \right) + p^* \frac{\sin \phi_i}{(\sin \phi)^2}$$

4.3.

ESTUDO DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE CÚPULAS PELO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS ELÁSTICOS LINEARES (MODELOS ELÁSTICOS LINEARES)

Após o estudo, numa vertente teórica, de cúpulas esféricas, o presente subcapítulo tem como objetivo a modelação numérica deste tipo de cúpulas, realizando-se quatro tipos

de modelos com características diferentes. Inicialmente, estudou-se o modelo de uma cúpula esférica simplesmente apoiada e sujeita à ação do seu peso próprio, que serviu de modelo base para os seguintes. Seguidamente, considerou-se uma abertura no topo da cúpula, aplicando-se, de seguida, no bordo da abertura, uma carga distribuída referente ao peso próprio do lanternim. Por último, o quarto modelo apresenta características iguais ao anterior, contudo com a aplicação da carga com o dobro do peso.

Na criação do modelo numérico da cúpula esférica tomou-se como referência a geometria da cúpula interior do Panteão. Em termos de geometria esta tem um raio de 8,85 m e uma abertura no topo de 4,30 m de diâmetro. Para a estrutura do lanternim adotou-se uma altura de 3 m, sendo aplicada no topo uma cúpula com um raio de 2,15 m. Toda a estrutura contém a espessura de 0,30 m. No que respeita a ações, a cúpula está sujeita apenas ao seu peso próprio, caracterizado em função do tipo de material utilizado. No Anexo B encontra-se a representação da geometria base considerada para a análise numérica de cúpulas esféricas.

A modelação da cúpula esférica foi realizada através do programa de cálculo *SAP2000-19*, resultando num modelo tridimensional de elementos finitos com um comportamento elástico linear. O facto de o modelo apresentar um comportamento elástico linear não simula um verdadeiro comportamento da estrutura, que seria elástico não linear. Contudo, conduziu a um procedimento simplificado que permitiu a avaliação, de uma forma qualitativa, do comportamento da estrutura face às ações aplicadas. A partir dos resultados obtidos pelo programa foi possível analisar a estrutura quanto aos esforços existentes.

Na realização dos modelos numéricos no programa *SAP2000* recorreu-se a dois tipos de elementos estruturais.

Numa primeira abordagem, foram utilizados elementos de casca analisando a sua contribuição de laje e membrana. Na segunda abordagem, utilizaram-se elementos sólidos. Através das duas abordagens referidas avaliaram-se os esforços e tensões obtidos, realizando-se o estudo da distribuição de tensões e suscetibilidade de ocorrência de fendas, bem como da localização das mesmas. Por fim, analisou-se o efeito de uma variação térmica uniforme aplicada à cúpula esférica e à cúpula com lanternim, estudando-se as tensões resultantes desta ação e os efeitos causados nas cúpulas.

No que se refere a materiais considerou-se o betão de classe C20/25. As características do betão foram obtidas através da consulta da regulamentação de estruturas de betão (EC2, 2004). O betão utilizado, classe C20/25, tem como valor característico de resistência à compressão (f_{ck}) de 20 MPa, o módulo de elasticidade (E_c) utilizado é de 30 GPa, o coeficiente de Poisson (ν) é igual a 0,20 e a peso volúmico de 25 kN/m³.

4.3.1.

MODELO COM ELEMENTOS DE CASCA

4.3.1.1. MODELO O – CÚPULA ESFÉRICA

A modelação numérica através de elementos de casca possibilita um comportamento de laje+membrana. Com base nestes elementos é possível simular o comportamento de flexão transversal e, simultaneamente, modelar a extensão no próprio plano. Existem dois tipos de formulação para os elementos casca: casca – fina e casca – espessa. A casca fina corresponde a uma formulação de Kirchhoff, que não permite considerar o efeito da deformabilidade por esforço transversal. A casca espessa corresponde a uma formulação de Reissner-Mindlin, que permite a consideração

da deformabilidade por esforço transversal. Analisou-se de uma forma comparativa as diferenças destas duas formulações para a cúpula esférica de raio 8,85 m e espessura 0,30 m, sujeita apenas ao peso próprio.

Constatou-se que, embora as duas formulações apresentem valores distintos, esta diferença não é significativa. Contudo, considerou-se a aplicação dos elementos de casca espessa, dados os conhecimentos obtidos na formação base em *SAP2000* (CSI), pois considera que em termos de convergência os elementos mais precisos correspondem aos elementos espessos, embora sejam ligeiramente mais rígidos que os elementos finos. Desta forma, procedeu-se, através destes elementos, à análise da estrutura, observando o seu comportamento membrana com base na distribuição das tensões, e o comportamento laje a partir dos momentos flettores.

Na definição do modelo da cúpula foram considerados dois modelos com diferentes tipos de apoios. No primeiro, aplicou-se apoios livres na base da cúpula, sendo o único impedimento a translação vertical, colocando-se apenas um apoio fixo. No entanto, numa situação real de uma cúpula, esta encontra-se ligada a um elemento estrutural, estando fixa na sua base. De forma a simular estas condições considerou-se noutro modelo a aplicação de apoios fixos, que lhe impede as translações horizontais e verticais. Através destes dois modelos pretendeu-se concluir as diferenças em função do tipo de apoio.

A mecânica estrutural de um elemento de casca divide-se na categoria laje e membrana, sendo estas de natureza e análise diferente. Na realização da análise de distribuição elástica linear através do programa *SAP2000* foi possível avaliar a distribuição de momentos e de tensões no modelo. Todavia, o programa não possibilita a separação dos comportamentos laje e membrana. Ou seja,

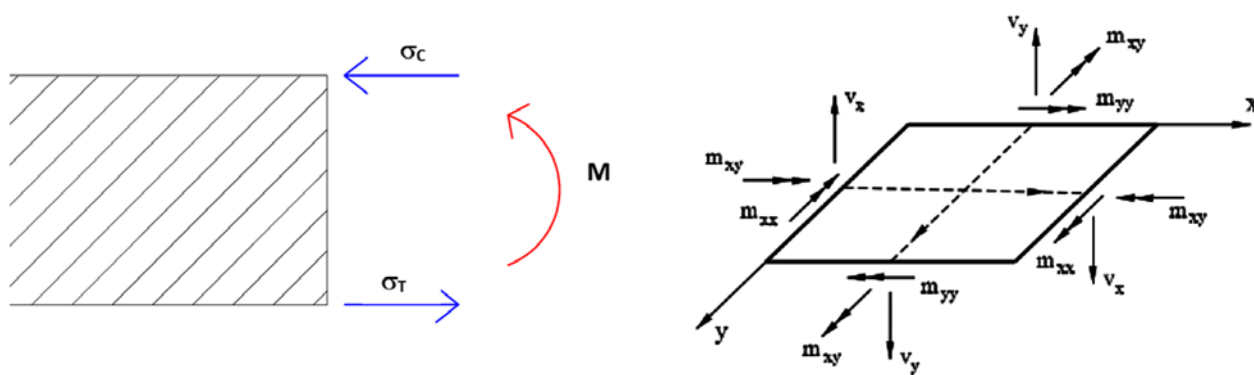


FIGURA 4.8 Esforços na categoria laje. Esquerda: distribuição de tensões. Direita: campo de esforços numa laje de Kirchhoff (Castro & Leitão, 2014).

a avaliação efetuada foi de uma forma aproximada, permitindo, contudo tirar conclusões qualitativas.

Relativamente ao comportamento laje, este é caracterizado como um elemento plano sujeito a esforços fora do seu plano médio, originando desta forma esforços de flexão. A Figura 4.8 apresenta uma representação dos momentos fletores para o caso de uma superfície plana, no caso da superfície curva cada elemento contém o seu sistema de eixos 1, 2 e 3. Através da distribuição dos momentos fletores no modelo numérico analisou-se a intervenção do comportamento laje.

Foram obtidos os momentos fletores m_{11} , m_{22} e m_{12} , que se encontram representados na Figura 4.9. Analisando os resultados obtidos destes momentos fletores constatou-se que apresentam valores reduzidos, nomeadamente os valores relativos ao modelo com apoio livre, que são próximos de zero. O facto de os momentos serem muito reduzidos significa que a Teoria das Membranas aproxima-se da realidade, ou do modelo numérico. Relativamente ao modelo com apoio livre os momentos máximos situam-se no topo da cúpula, no caso dos momentos m_{11} estes diminuem à medida que se aproxima da base.

O momento m_{22} toma valores mais elevados na parte superior da cúpula e valores inferiores junto à base, não se verificando uma evolução linear como no caso dos momentos m_{11} . Os momentos m_{12} tomam valores nulos em toda a estrutura arqueada.

Analisando o modelo com apoios fixos, destaca-se a ocorrência de uma faixa circunferencial de cor diferente perto da base da cúpula. É nesta zona e no topo da cúpula que se encontram os valores máximos dos momentos m_{11} e m_{22} . Analogamente ao modelo com apoio livre, os momentos m_{12} também são nulos em toda a estrutura. Os apoios fixos ao impedirem a translação horizontal criam na cúpula reações horizontais que impedem a cúpula de expandir na base, estas reações têm o sentido para o interior da cúpula. Este impedimento originou o aparecimento de um momento ligeiramente acima da base, à cota 1,15 m.

A partir da Figura 4.10 observa-se a diferença da deformada de uma estrutura arqueada com apoio fixo e com apoio livre. No caso do apoio livre, ao ter apenas como restrição a deformação vertical, observa-se a sua translação na horizontal, verificando-se uma ação de expansividade quando sujeita à ação do seu peso próprio.

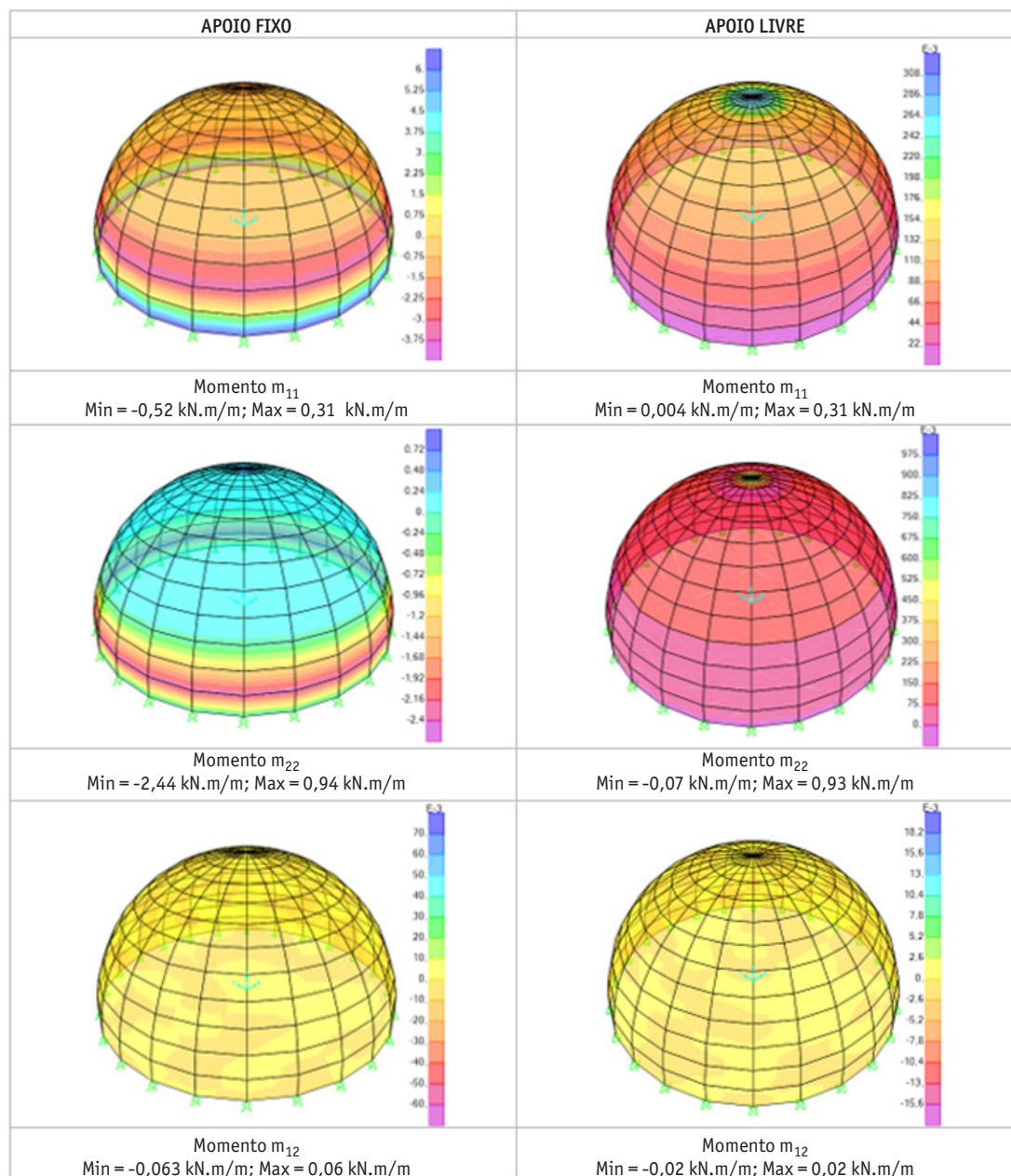


FIGURA 4.12 Tensões σ_{11} e σ_{22} do Modelo 0 para a ação do peso próprio

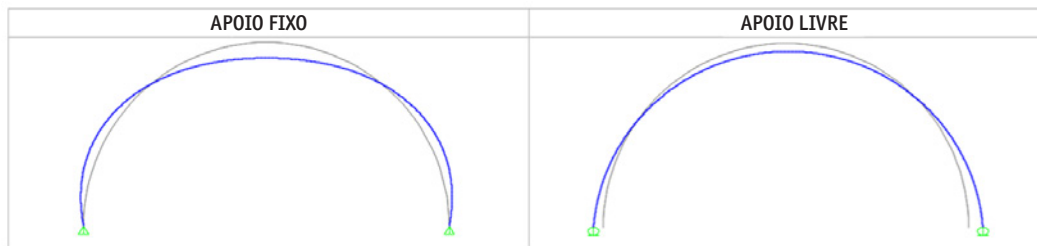


FIGURA 4.10 Deformada da estrutura arqueada em função do apoio na base.

Relativamente ao apoio fixo, este impede a ocorrência da translação horizontal, observando-se o aparecimento de uma curvatura acentuada junto ao apoio fixo.

Observando-se na cúpula de apoios livres a ocorrência de momentos fletores quase nulos, foi possível concluir que o comportamento laje na estrutura arqueada apresenta uma contribuição quase inexistente. No caso da cúpula de apoios fixos, esta apresenta valores diferentes de zero, junto à base, contudo estes devem-se ao efeito da restrição nos apoios.

Quanto ao comportamento de membrana na estrutura arqueada, este é caracterizado por uma estrutura plana sujeita apenas a esforços no seu próprio plano. Estes esforços desenvolvem-se paralelamente ao seu plano médio. Na avaliação desta categoria apenas foram tidos em conta os valores das tensões obtidos no modelo sujeito ao peso próprio, sendo estas: σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , σ_{13} e σ_{23} (Figura 4.12). A Figura 4.11 ilustra a distribuição das tensões num elemento membrana no caso plano. No caso em estudo o eixo x representa o eixo 1 do elemento com a direção circunferencial e o eixo y representa o eixo 2 com a direção dos meridianos da cúpula esférica.

De acordo com os resultados obtidos (ver Figura 4.12) foram analisadas as tensões circunferenciais e meridionais. As tensões σ_{11} correspondem a tensões circunferenciais e

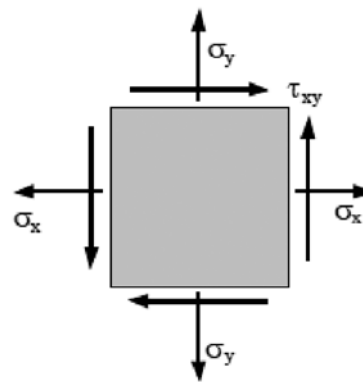


FIGURA 4.11 Tensões na categoria membrana

Fonte: <https://www.teccursos.com.br/conteudo/questoes/125416> acedido a 10 de setembro.

tomam a direção das circunferências que formam a cúpula em altura. Constatou-se que na parte superior da cúpula encontram-se distribuídas as tensões de compressão (valores negativos). Contudo, as compressões vão diminuindo de valor à medida que se aproxima da base da cúpula. Sensivelmente, a meia altura é onde se localiza a transição das tensões de compressão para tração (valores positivos), tomando valores nulos nesta mudança. É, aproximadamente, à cota 5,38 m (a partir da base da cúpula) que se procede a este efeito, correspondendo a uma inclinação da tangente à cúpula com o plano horizontal de 53° (Figura 4.13).

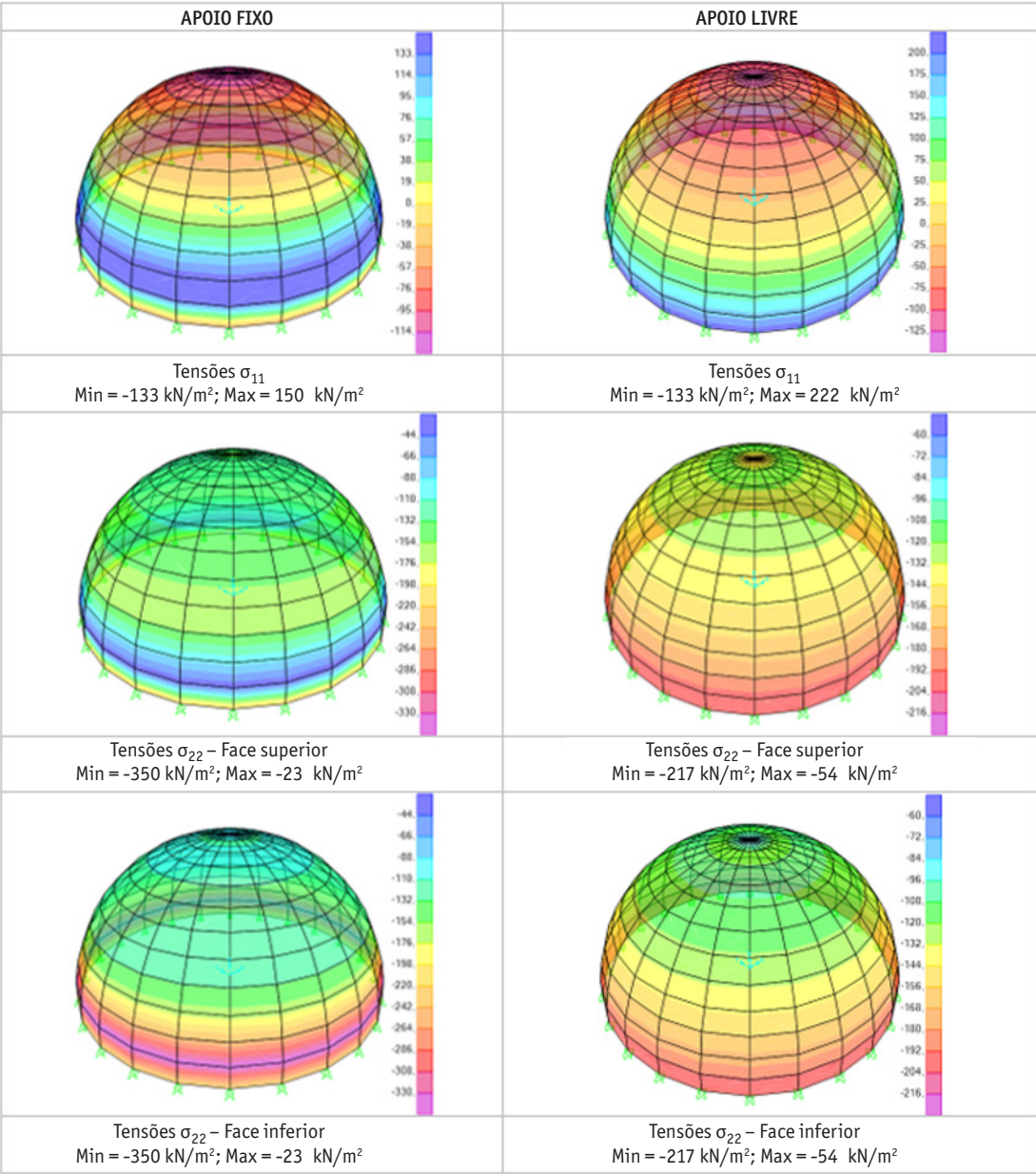


FIGURA 4.12 Momentos do Modelo 0 para a ação do peso próprio.

Através dos conceitos definidos pela Teoria das Membranas, numa cúpula esférica o aparecimento de esforços circunferenciais de tração dá-se para uma inclinação da reta secante à circunferência superior a $51,8^\circ$ (Gago, 2004). No entanto, o estudo da Teoria das Membranas foi realizado para uma cúpula esférica considerando apenas a componente membrana. De forma a realizar a análise comparativa da Teoria das Membranas com o modelo numérico utilizou-se a cúpula de apoio livre, por apresentar um comportamento na componente de laje aproximadamente nula. Este é o modelo que melhor se aproxima à cúpula esférica da Teoria das Membranas.

Salienta-se, no entanto o facto de o programa *SAP2000* não separar a componente laje da componente membrana do modelo. Todavia, dado o reduzido comportamento de

laje na cúpula de apoio livre, foi possível comparar o valor de inclinação 53° , obtido no modelo numérico, com a inclinação de $51,8^\circ$ da Teoria das Membranas e observar a aproximação dos resultados.

Realizou-se, de seguida, uma análise detalhada das tensões s_{11} representando apenas a distribuição das tensões de tração (ver Figura 4.13). A mancha a lilás corresponde a tensões σ_{11} de compressão, ou tensões nulas. A zona com as restantes cores corresponde às tensões de tração.

No modelo com apoio livre as tensões de tração surgem a partir da cota 5,38 m (tensão nula), aumentando de valor até à base da cúpula, onde atinge o valor máximo de 222 kN/m^2 . No modelo com apoio fixo, na base da cúpula, geram-se tensões de compressão provocadas pelo confinamento que os apoios fixos desenvolvem. Deste

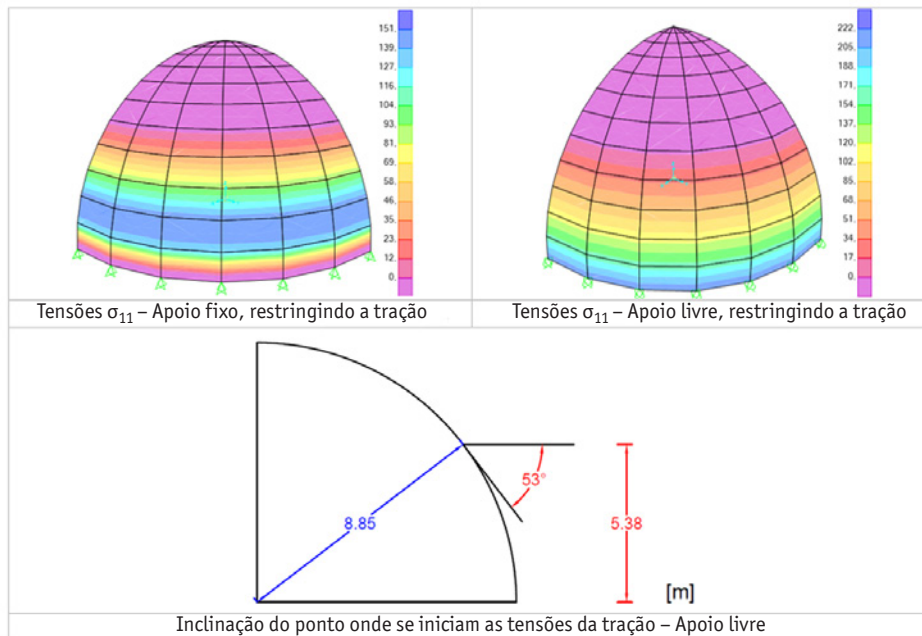


FIGURA 4.13 Análise das tensões de tração s_{11} para a ação do peso próprio

modo, as tensões de tração evoluem de forma crescente desde a cota 5,38 m até à cota 2,29 m, situando-se nesta cota a tensão de tração máxima, 150 kN/m². A ocorrência deste pico de tensões, antes da base da cúpula, deve-se ao impedimento da expansão da cúpula, levando a que a expansão ocorra no seu limite onde as tensões circunferenciais de tração são máximas.

Relativamente às tensões σ_{22} – tensões meridionais – tomam o sentido dos meridianos da cúpula e são perpendiculares às tensões circunferenciais (σ_{11}). No modelo com apoio livre os valores das tensões σ_{22} são na sua totalidade de compressão, apresentando valores mínimos no topo da cúpula. As tensões aumentam de valor desde o topo até à base da cúpula, localizando-se na base o valor máximo de compressão. Analisando a face inferior e superior dos elementos da cúpula verificou-se que não existe uma diferença significativa. Os resultados obtidos vão ao encontro do que era previsto, ou seja, os esforços meridionais são encaminhados do topo para a base da cúpula funcionando todos à compressão, fazendo com que a totalidade da cúpula esteja comprimida.

No modelo com apoio fixo existe um aumento das tensões de compressão do topo até à cota 4,42 m. A partir desta cota os resultados obtidos diferem nas duas superfícies do modelo – inferior e exterior. O momento fletor junto à base, cota 1,15 m, provocado pelo apoio fixo, origina um efeito contrário nas duas superfícies: a cúpula ao estar impedida de se expandir leva à ocorrência de uma deformada, em que as fibras exteriores estão tracionadas, mas, por outro lado, as fibras interiores estão comprimidas. Desta forma, à cota 1,15 m, na fibra exterior as tensões são de tração, mas atingem valores reduzidos, já na fibra interior existe, neste ponto, um acréscimo significativo nas tensões de compressão.

Relativamente às tensões tangenciais σ_{12} , σ_{13} e σ_{23} , é de referir que, em todas as hipóteses de restrição do movimento horizontal nos apoios, estas apresentam valores muito reduzidos comparativamente aos valores das tensões σ_{11} e σ_{22} . Estes resultados encontram-se presentes no Anexo B. No mesmo Anexo, encontram-se as distribuições das tensões principais através da representação do encaminhamento, e da orientação das tensões circunferenciais e meridionais.

Através dos resultados para a categoria laje e membrana foi possível verificar que para o caso membrana surgem esforços com maior relevância quantitativa, enquanto para o caso laje estes esforços são de uma ordem de grandeza quase nula. As estruturas em casca apresentam no seu comportamento uma rigidez axial muito superior à rigidez de flexão (Pereira, 2010). Tendo em conta a reduzida rigidez de flexão que a cúpula apresenta foi possível desprezar a componente laje e contabilizar apenas a componente membrana, fazendo com que os resultados obtidos no modelo membrana possam ser considerados para o modelo cúpula.

4.3.1.2. MODELO 1 – CÚPULA COM ABERTURA

o presente modelo consiste numa cúpula esférica com uma abertura no topo de diâmetro 4,30 m. Considerou-se a cúpula de apoios fixos tendo em conta que representa melhor as condições reais. Através da análise do modelo anterior esperava-se o aparecimento de momentos e variações de tensões perto dos apoios da base. Contudo, já se conhecia a origem destes picos de esforços, não se referenciando na análise seguinte estas zonas da estrutura. Desta forma, estudou-se com maior detalhe as tensões s_{11} e s_{22} , que correspondem às tensões circunferenciais e meridionais respetivamente (Figura 4.14).

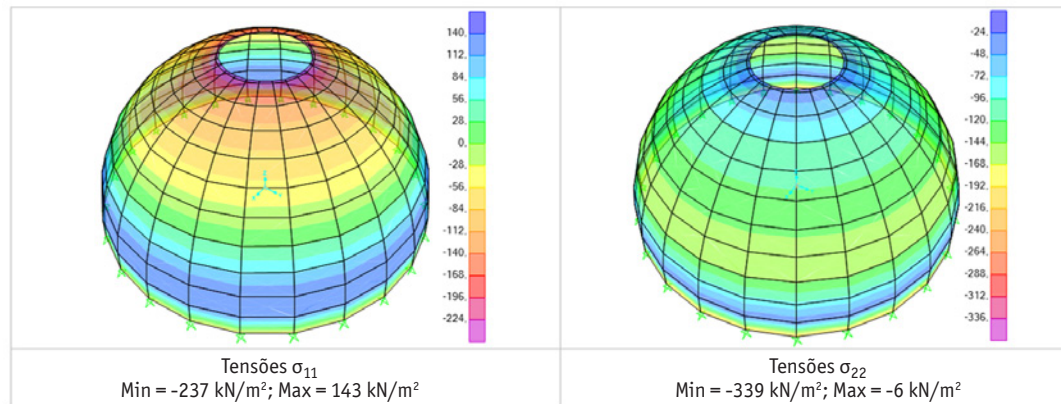


FIGURA 4.14 Tensões circunferenciais (σ_{11}) e meridionais (σ_{22}) do Modelo 1 para a ação do peso próprio

Relativamente às tensões σ_{11} , no bordo da abertura existe um aumento notável no valor destas tensões comparativamente ao Modelo 0. Os valores máximos de compressão dão-se no bordo da abertura, havendo uma diminuição destes valores à medida que se tende para a base, surgindo, a uma dada cota, tensões de tração. Este aumento substancial das compressões no topo da cúpula conduz a uma diminuição das tensões máximas de tração junto da base, à semelhança do modelo 0.

Analisando um elemento da cúpula junto ao bordo, as tensões circunferenciais de compressão existentes no bordo da abertura resultam, através do somatório de forças, numa ação horizontal «H» que equilibra o momento desestabilizador provocado pela ação vertical «V» nesse elemento. Essa ação vertical é o peso próprio do elemento.

No caso das tensões σ_{12} , verificou-se uma diminuição considerável nos valores das tensões de compressão no bordo da abertura. O efeito de compressão provocado pelos elementos do topo da cúpula deixa de existir, resultado num alívio de compressão que se verifica na totalidade da cúpula.

Tendo como referência o caso de uma estrutura de alvenaria arqueada bidimensional, a aduela mais alta do arco, denominada por chave, confere o equilíbrio do arco, comprimindo toda a estrutura. Analisando o caso de uma estrutura arqueada tridimensional – a cúpula – e considerando-a constituída por um conjunto de arcos, conclui-se que as aduelas do topo correspondem às aduelas chave dos arcos, sendo estas que conferem a compressão à cúpula de forma a mantê-la em equilíbrio. Em todo o caso, importa referir que numa cúpula, se não existirem as aduelas chaves, as restantes aduelas, por estarem adjacentes umas às outras, acabam por conferir o comportamento de compressão equilibrando a estrutura. Contudo, existe um alívio nas compressões meridionais e um aumento nas compressões circunferenciais, devido à ação das forças horizontais, que equilibram o momento desestabilizador provocado pela ação vertical.

4.3.1.3. MODELO 2 – CÚPULA COM LANTERNIM

O presente modelo tem por objetivo o estudo do comportamento da cúpula esférica quando sujeita à ação de um

lanternim. Para tal, colocaram-se elementos barra no bordo da abertura do Modelo 1, aplicando-se nestes elementos uma carga distribuída. A carga aplicada toma o valor 105,5 kN/m, que corresponde ao peso do lanternim. Para este cálculo considerou-se no topo uma cúpula de 2,15 m de raio e 0,30 m de espessura. Para o lanternim foi considerado um cilindro com um raio de 2,15 m, 0,30 m de espessura e 3 m de altura. No Anexo B, encontra-se a geometria utilizada para o cálculo da ação do lanternim. A carga imposta toma um valor conservativo tendo em conta que o corpo do lanternim é constituído por pilares, estando a ser aplicada uma carga superior à que existe na realidade.

A Figura 4.15 ilustra a distribuição das tensões σ_{11} e σ_{22} . Relativamente aos resultados obtidos das tensões circunferenciais σ_{11} , à semelhança do que acontece no modelo 1, surgem, valores máximos das tensões de compressão no bordo da abertura. Neste bordo está aplicada a carga distribuída correspondente à ação do lanternim resultando num aumento da ação vertical nessa região.

Ao aumentar a ação vertical nos elementos do bordo da abertura as compressões circunferenciais também

aumentam, porque é necessária uma força horizontal superior de forma a estabelecer o equilíbrio do momento desestabilizador provocado pela ação vertical. Enquanto no Modelo 1 a ação vertical corresponde ao peso próprio da envolvente do bordo, neste modelo a ação vertical é a soma do peso próprio da envolvente do bordo com o peso próprio do lanternim, resultando num aumento significativo do valor das tensões. Quanto aos valores das tensões circunferenciais de tração, o seu valor máximo localiza-se para cotas ligeiramente abaixo do bordo da abertura. No entanto, são valores baixos, não conduzindo à possibilidade de fissuração. Este pico dos valores de tração resulta de uma pequena flexão originada pelo efeito da carga no bordo da abertura.

Relativamente aos resultados das tensões meridionais σ_{22} , a carga aplicada no bordo produziu uma flexão levando a um pico de tensões ligeiramente abaixo do bordo. Este pico resulta em tensões de compressão na face inferior e de tração na face superior. Neste caso, os efeitos de laje são evidentemente observados: existe uma diferença significativa nos resultados das tensões fora do seu plano médio, conduzindo a um efeito de flexão.

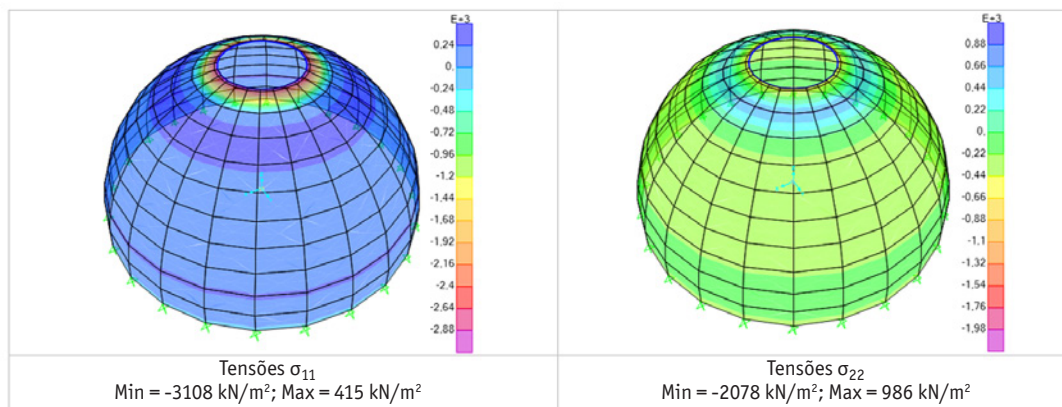


FIGURA 4.15 Tensões σ_{11} e σ_{22} do Modelo 2 para a ação do peso próprio

Este efeito de flexão é possível de se verificar devido ao facto de o programa *SAP2000* não permitir a separação das componentes laje e membrana.

No bordo da abertura verificou-se, também, um aumento das tensões meridionais de compressão dado que é neste local que a carga do lanternim é aplicada. Contudo, à medida que a largura da cúpula aumenta as tensões distribuem-se, resultando na sua diminuição. O efeito de flexão provocado pela aplicação da carga conduziu a uma distribuição de tensões de tração da superfície exterior da cúpula e de compressão na superfície interior. Contudo, na base da estrutura localizam-se elevadas tensões de compressão.

4.3.1.4. MODELO 3 – CÚPULA COM UM LANTERNIM COM O DOBRO DO PESO

O Modelo 3 contém as mesmas características do Modelo 2, porém a carga a aplicar tem o dobro do valor – 211 kN/m. Na Figura 4.16 encontram-se representadas as distribuições das tensões σ_{11} e σ_{22} .

Relativamente aos resultados das tensões circunferenciais, as tensões de compressão na zona envolvente à

aplicação da carga aumentam, aproximadamente, para o dobro. Este aumento era espectável tendo em conta que a carga aumentou o dobro do seu valor. As tensões horizontais necessárias para estabelecer o equilíbrio têm de ser o dobro, resultando, igualmente, no dobro das compressões circunferenciais. No que respeita às tensões meridionais os efeitos foram semelhantes às tensões circunferenciais: as compressões aumentaram, aproximadamente, para o dobro e o efeito do momento, resultante da aplicação da carga, também conduziu a tensões de tração duplicadas na face superior do modelo.

4.3.2. MODELO COM ELEMENTOS DE SÓLIDOS (3D)

De seguida criou-se um modelo da cúpula esférica, utilizando elementos sólidos, através do programa de cálculo *SAP2000*. Pretendeu-se analisar a diferença dos resultados obtidos nos dois modelos numéricos o primeiro utilizando elementos de casca e o segundo com elementos sólidos.

Como primeira observação salienta-se a orientação do sistema de eixos num elemento sólido. Nestes elementos

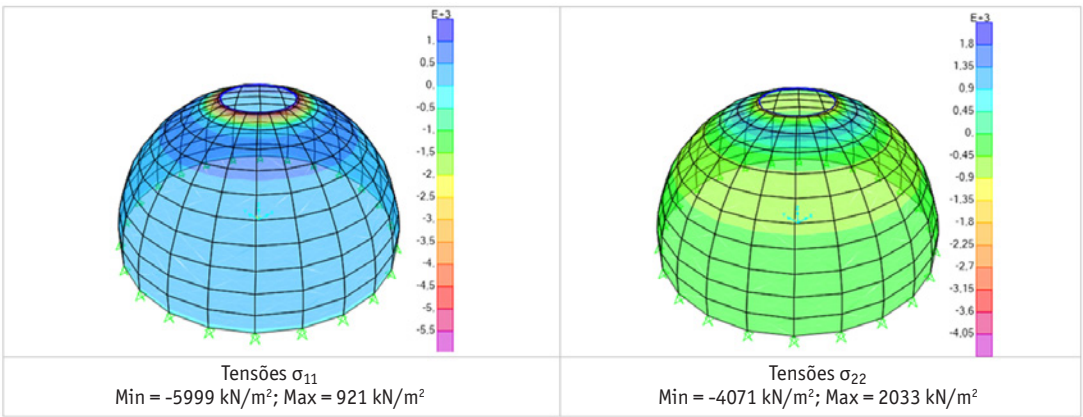


FIGURA 4.16 Tensões σ_{11} e σ_{22} do Modelo 3 para a ação do peso próprio

o sistema de eixos contém a direção do sistema de eixos global. Desta forma, a distribuição das tensões não apresenta uma «mancha» homogênea, como se observou nos elementos de casca. (ver Figura 4.17) Como as tensões obtidas não são tangentes nem perpendiculares ao elemento não oferecem a informação correta da orientação das tensões existentes. Apenas são conhecidas as tensões horizontais (eixo 1 e 2) e verticais (eixo 3), em que os seus valores estão compreendidos entre o máximo positivo (tração) e o negativo (compressão).

Nos modelos de elementos casca, a distribuição das tensões é homogênea. Cada elemento contém o seu próprio sistema de eixos. Apresenta dois eixos tangentes ao elemento, sendo um deles circunferencial (eixo 1)

e o outro meridional (eixo 2) e, ainda, um terceiro eixo perpendicular ao elemento (eixo 3). Estes eixos contém a mesma orientação que as tensões em estudo, resultando na obtenção de uma distribuição homogênea. No Anexo B encontra-se a relação dos eixos nos dois modelos.

Para realizar uma análise comparativa dos resultados obtidos nos dois modelos (casca e sólidos) foi necessário, começar por encontrar no modelo de sólidos um elemento que contivesse os seus eixos paralelos às três tensões – duas tensões tangenciais e uma normal. Através de duas «fatias», uma de elementos casca e outra de sólidos, onde os eixos em cada elemento são iguais à orientação das três tensões a analisar, foi possível comparar os resultados das tensões obtidas. Na Figura 4.17 é possível observar a

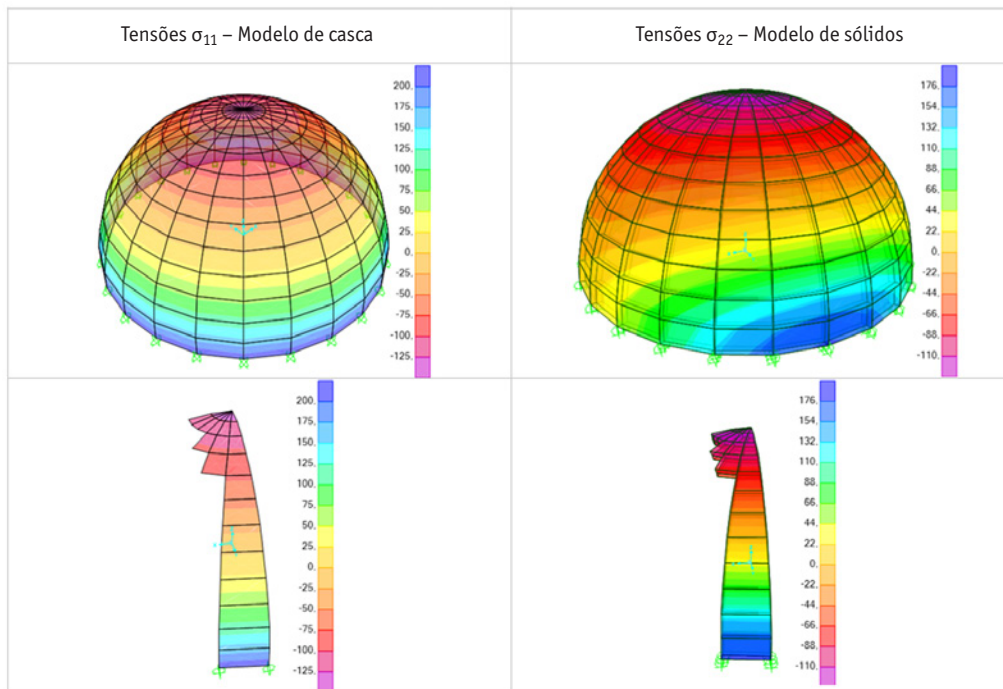


FIGURA 4.17 Tensões σ_{11} para a ação do peso próprio, num modelo de casca e num modelo de sólidos, modelo completo e respetiva «fatia» comum aos dois modelos

semelhança da distribuição das tensões circunferenciais s_{11} nas duas «fatias».

Observou-se que para esta «fatia» os dois modelos – de casca e de sólidos – apresentavam resultados idênticos. A distribuição das tensões do modelo de elementos sólidos apresentou uma resposta do seu andamento idêntica ao modelo de elementos de casca. Contudo, o modelo com elementos de casca torna-se mais informativo, no sentido de fornecer com maior detalhe o valor das tensões em cada elemento com a correta orientação das tensões. O modelo de elementos sólidos, como apresenta um sistema de eixos global, não oferece valores das tensões como se pretendia. Para este caso, tinha de se fazer uma mudança de eixos em cada elemento através do Círculo de Mohr, por exemplo, que transforma as tensões existentes nas tensões pretendidas.

Desta forma, concluiu-se que o modelo com elementos sólidos apresenta valores de tensões em função do sistema de eixos global, existindo apenas determinadas zonas em que estas tensões correspondem às tensões normais e tangenciais de um dado elemento. No caso do modelo de elementos de casca, os valores das tensões obtidas dizem respeito a valores de tensões normais e tangenciais, mostrando no seu modelo completo uma avaliação mais perceptível do que acontece na realidade. Não havendo, portanto, a necessidade de identificar qual o elemento com o sistema de eixos correto.

Os resultados obtidos das tensões s_{11} , s_{22} e s_{33} para o modelo da cúpula esférica – Modelo 0 – encontram-se no Anexo B. Quanto às tensões principais no modelo de elementos sólidos, estas já apresentam uma distribuição uniforme, tal como acontece nos elementos de casca. Isto deve-se ao facto de as tensões principais não dependerem do sistema de eixos dos elementos, apresentando a

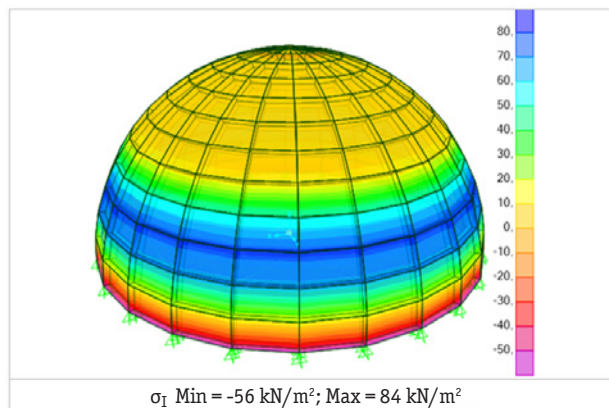


FIGURA 4.18 Tensões principais para a ação do peso próprio no modelo de elementos sólidos

orientação e direção real das tensões (Figura 4.18). No Anexo B encontram-se os restantes modelos.

4.3.3.

FISSURAÇÃO EM CÚPULAS ESFÉRICAS

Através do conceito da Teoria das Membranas, numa cúpula esférica, as tensões circunferenciais tomam valores de tração quando a reta secante à curvatura da esfera forma um ângulo superior a $51,8^\circ$ com a horizontal (Gago, 2004). Nas estruturas de alvenaria a resistência a esforços de tração é muito reduzida (quase nula), resultando no aparecimento de fendas. Já nas estruturas de betão armado as armaduras resistem aos esforços de tração, contudo ocorre o aparecimento de fendas no betão quando o valor da tensão de rotura à tração do betão é inferior às tensões de tração existentes na estrutura.

Na maioria das situações, as tensões de tração apresentam-se na direção circunferencial, levando ao aparecimento de fendas na direção meridional. A fissuração meridional em cúpulas esféricas é identificada em

cúpulas de referência, como é o caso da cúpula do Panteão de Roma (Figura 4.19).

Tendo em conta que se está a estudar a cúpula do Panteão Nacional – que é em betão armado – nos modelos anteriormente analisados considerou-se a utilização do betão C20/25. Para a análise da fendilhação é necessário conhecer o valor da tensão de rotura à tração do betão (f_{ctm}), que para o betão adotado toma o valor de 2,2 MPa. Nos resultados obtidos para os modelos de casca o valor máximo das tensões de tração corresponde a uma tensão meridional no valor de 2,0 MPa, no Modelo 3 (cúpula com o dobro da aplicação da carga do lanternim).

Esta tensão resultou do efeito provocado pela aplicação da carga no bordo da abertura, conduzindo a um efeito de flexão, que produziu tensões de tração na face exterior da cúpula e tensões de compressão na face interior da cúpula. Sabendo que o valor da tensão de rotura à tração do betão para a classe C20/25 é de 2,2 MPa e que

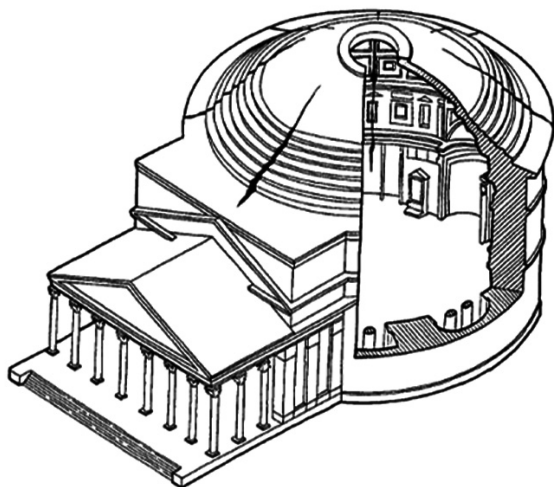


FIGURA 4.19 Fissuração meridional da cúpula do Panteão em Roma (Mark e Robison, 1993; Gago, 2004)

a tensão máxima de tração observada nos modelos é de 2,0 MPa concluiu-se que não se verifica a possibilidade do aparecimento de fendas para as condições em estudo – a cúpula esférica em betão armado com base na do Panteão Nacional.

4.3.4.

EFEITOS TÉRMICOS

Neste subcapítulo tem-se como objetivo estudar o efeito da ação de uma variação de temperatura uniforme numa cúpula esférica de betão armado de apoios fixos. A variação de temperatura a aplicar no modelo foi definida através do Eurocódigo 1 (EC1, 2002). Para esta análise considerou-se a variação de temperatura no verão, por ser a mais condicionante para os efeitos que se pretende avaliar.

Tomando como referência o edifício do Panteão Nacional, este localiza-se na cidade de Lisboa, corresponde a uma zona térmica B. Através de valores de temperatura definidos no EC1 (EC1, 2002) obteve-se uma variação de temperatura de 17,5°C. No entanto, no modelo considerou-se a aplicação de uma variação de temperatura de 20°C (mais conservativa), sendo aplicada uniformemente nos elementos de casca. Os resultados obtidos das tensões σ_{11} e σ_{22} encontram-se na Figura 4.20 e as restantes distribuições de tensões encontram-se no Anexo B.

Com a aplicação da variação de temperatura uniforme de 20°C surgiram tensões de tração elevadas na direção meridional. Na direção circunferencial as tensões que resultam do efeito da temperatura apresentam valores elevados na base da cúpula, contudo são tensões de compressão. Ao longo da cúpula os resultados obtidos apresentam um comportamento semelhante ao do efeito da ação do peso próprio da cúpula. Existe uma diminuição

nas tensões de compressão desde o topo da cúpula até a uma cota acima da meia altura. Abaixo deste ponto geram-se tensões de tração, ocorrendo um pico de valores antes da base. Estas, por sua vez, diminuem na direção da base, resultando, novamente, em valores de compressão. Na base da cúpula surgem os valores máximos das tensões de compressão.

Na direção meridional surge, a partir do topo, um aumento das tensões de compressão, atingindo o valor máximo na cota 4,40 m. Seguidamente, dá-se uma diminuição abrupta, resultando em valores de tração elevados. O seu pico atinge o valor 3,9 MPa à cota 1,15 m. Após esta cota existe a ocorrência de numa segunda transição de tensões de tração para tensões de compressão até à base da cúpula.

Tendo em conta os valores de tração na direção meridional à cota 1,15 m, no valor de 3,9 MPa, verificou-se que as tensões de tração ultrapassam o valor da tensão de rotura à tração do betão, 2,2 MPa (para um betão C20/25), originando a possibilidade do aparecimento de fendas com direção circunferencial.

Com a ação da temperatura a cúpula tende a expandir. Contudo, os apoios fixos impedem que a cúpula tome este comportamento, resultando, desta forma, o aparecimento de tensões elevadas de tração a 1,15 m da base. Estas tensões de tração são localizadas na superfície exterior da cúpula. Os apoios, ao restringirem esta ação, geram um efeito de flexão na base da cúpula que conduz ao aparecimento de tensões de tração na superfície exterior e de compressão na superfície inferior da cúpula.

Na cúpula de apoios livres (contendo apenas um apoio fixo), esta tem a liberdade para se expandir (deslocamentos horizontais livres). Assim, não existe o efeito de flexão provocado pelos apoios fixos, ou seja, os valores das tensões de tração nestas condições não tomam valores elevados. Os valores obtidos tomam um andamento semelhante ao Modelo 0 – cúpula simples – com apoios livres.

Avaliando, por último, o efeito da temperatura na cúpula com a ação do lanternim – Modelo 2 – presente na Figura 4.21, observou-se que existe uma diminuição nos valores máximos de tração nas tensões meridionais. Esta diminuição resultou na combinação da ação da

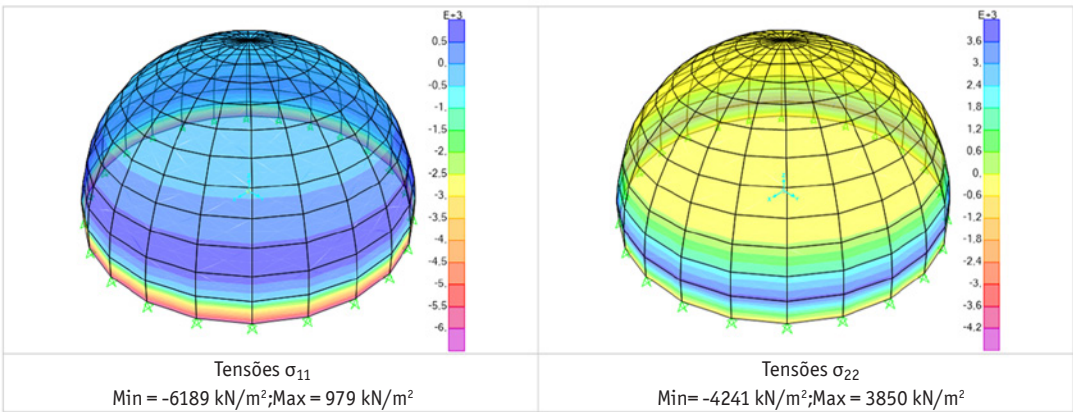


FIGURA 4.20 Tensões σ_{11} e σ_{22} do Modelo 0 sujeito a uma variação de temperatura de 20°C

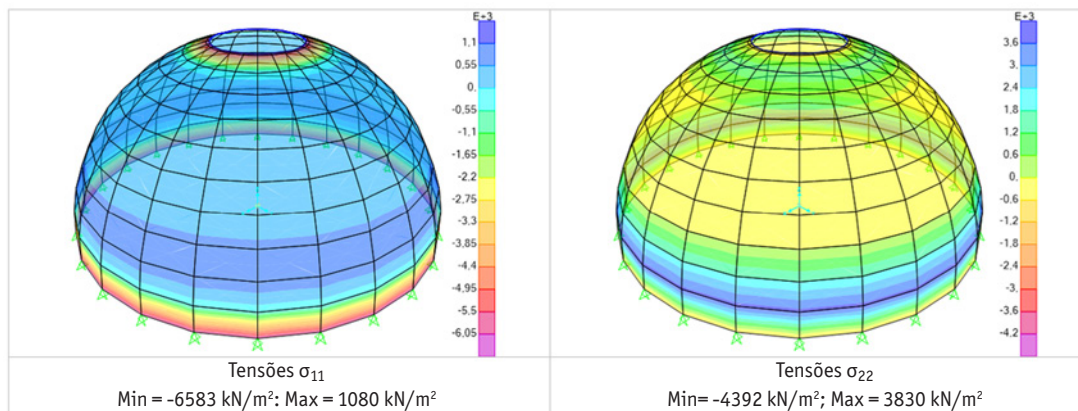


FIGURA 4.21 Tensões σ_{11} e σ_{22} do Modelo 2 sujeito a uma variação de temperatura de 20°C

temperatura com a ação do peso do lanternim. Ao existir um acréscimo nos valores de compressão deu-se uma diminuição nos resultados de tração. No entanto, esta diminuição nas tensões de tração é reduzida.

À semelhança da cúpula esférica, na cúpula com a ação do lanternim as tensões de tração meridionais podem levar a possíveis fendas circunferenciais, tendo em conta que à cota 1,15 m existem tensões de 3,8 MPa. Assim, concluiu-se que esta cúpula de betão armado, quando sujeita a uma variação de temperatura, é suscetível ao aparecimento de fendas.

4.4.

CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Neste capítulo apresentou-se, inicialmente, as metodologias analíticas aplicadas ao estudo de estruturas arqueadas bidimensionais e tridimensionais, particularmente arcos e cúpulas, através da Teoria das Membranas e recorrendo a conceitos teóricos. Posteriormente, procedeu-se

ao estudo de modelos arqueados tridimensionais, em particular de cúpulas, através da análise de elementos finitos, estudando o comportamento destes em função das alterações estruturais a incorporar.

As metodologias analíticas, aplicáveis ao estudo da análise estrutural de construções em alvenaria, nomeadamente estruturas bidimensionais (arcos) e tridimensionais (cúpulas), conduzem a soluções estaticamente equilibradas. Estas apresentam-se como uma metodologia útil na aplicação de casos de estudos preliminares, dada a sua simplicidade (Gago, 2004).

A aplicação da Teoria das Membranas para a análise de estabilidade em estruturas tridimensionais apresenta uma elevada dificuldade no caso de estruturas de geometria complexa. Nestas situações é possível recorrer-se à decomposição da estrutura tridimensional em subestruturas bidimensionais, aplicando-se metodologias desenvolvidas para os arcos. A estabilidade do conjunto tridimensional é garantida através dos teoremas da análise limite, no caso de as subestruturas serem por si só estáveis.

O estudo dos modelos arqueados tridimensionais (cúpulas esféricas), através da análise de elementos finitos, foi desenvolvido, inicialmente, para a determinação da interação da componente laje e membrana num modelo de casca de uma cúpula esférica simplesmente apoiada. Concluiu-se, então, que a contribuição da componente laje é de tal forma reduzida que é possível considerá-la nula. Para este mesmo modelo de cúpula esférica, mas considerando apoios fixos, observou-se numa cota junto da base, de aproximadamente 1 m, um pico de tensões e momentos fletores. Isto resultou do efeito de confinamento provocado pelos apoios que geram reações na base, contrariando a ação natural que a cúpula teria, criando momentos fletores nesta zona originando picos de tensões.

Na cúpula com abertura no topo, a existência desse orifício não provocou alterações significativas no equilíbrio desta. O mesmo aconteceu ao aplicar um lanternim. Com efeito, embora a cúpula passe a estar sujeita a maiores esforços de compressão, a sua razoável capacidade de resistência à compressão e a forma como as cargas provenientes do lanternim se distribuem ao longo da cúpula, faz com que a estrutura tenha um comportamento que se assemelha a uma cúpula sem abertura, no que respeita à forma como as tensões se distribuem. A semelhança da distribuição das tensões e a verificação do equilíbrio na cúpula resultam do efeito do comportamento tridimensional da estrutura.

Tanto para o modelo de cúpula com abertura como para o modelo de cúpula com a aplicação da carga do peso próprio do lanternim, observou-se nos elementos

do bordo da abertura, a existência de tensões circunferenciais de compressão. Estas resultam, através de um somatório de forças, numa ação horizontal que equilibra o momento desestabilizador provocado por uma ação vertical correspondente ao peso próprio do elemento.

No que respeita à possibilidade da ocorrência de fendas, esta, possivelmente, ocorreria para o caso da cúpula com a aplicação do dobro do peso do lanternim. Porém, o valor máximo das tensões de tração no betão é inferior ao valor da tensão de rotura à tração do betão. Nestas condições não se verificou a possibilidade de fendilhar, salientando-se, ainda, que a carga aplicada é conservativa.

Por último, quanto ao efeito da ação da variação da temperatura, surgiram tensões de tração elevadas na direção meridional. Estas ultrapassavam o valor da tensão de resistência à tração do betão, resultando na possibilidade do aparecimento de fendas circunferenciais. No caso da existência destas fendas devido à variação da temperatura, estas localizam-se perto da base, na face superior da cúpula.

Na cúpula do Panteão não se identificam fendas (circunferenciais ou meridionais) correspondentes às tensões de tração observadas no modelo, tanto para as cargas permanentes, como para as variações de temperatura. No entanto, há que considerar que a estrutura da cúpula não é em alvenaria, mas sim em betão armado e com alguma resistência a tensões de tração. Verificam-se apenas pequenas fissuras pelo interior da cúpula e na direção meridional. Estas poderão resultar de infiltração pelos revestimentos exteriores. (Branco, Brito, & Santos, 2001)

5

ANÁLISE
ESTRUTURAL
DO EDIFÍCIO
DO PANTEÃO



5.1.

INTRODUÇÃO

O presente capítulo tem como objetivo o estudo estrutural do Edifício do Panteão Nacional, do ponto de vista estático e dinâmico. Tendo em conta que o edifício em estudo corresponde a uma estrutura real, procedeu-se à concretização de um modelo numérico que o melhor representa. Desta forma, definiram-se as características dos elementos estruturais a incorporar no modelo, bem como os seus materiais constituintes.

Numa tentativa de estabelecer uma aproximação entre o modelo numérico e a estrutura real foi realizada a calibração do modelo com recurso a ensaios de caracterização dinâmica. Foram, ainda, analisadas as vibrações ambientais da estrutura, utilizando-as posteriormente na calibração do modelo.

Com o modelo da estrutura calibrado procedeu-se à avaliação da análise estática, observando-se o efeito das ações verticais, devido ao peso próprio da estrutura mais recente – a cúpula em betão armado – em relação à estrutura já existente – de alvenaria. Foram analisadas as distribuições de tensões e a localização das zonas de maior concentração de tensões.

Numa fase final deste capítulo, foi realizada uma análise dinâmica modal por espectro de resposta com a aplicação da ação sísmica regulamentar. Pretendeu-se com esta análise, estudar o efeito de um sismo na estrutura, avaliando o comportamento desta. Foram analisadas as distribuições das tensões, bem como a suscetibilidade de gerar fissuras ou até mesmo colapso.

5.2.

MODELO NUMÉRICO

Na criação do modelo numérico de elementos finitos com comportamento elástico linear, foi necessária uma análise prévia e detalhada das plantas e alçados da estrutura em estudo. As peças desenhadas, existentes no arquivo do Panteão Nacional (Cardoso, 1965), os elementos existentes na Biblioteca do SIPA, no Forte de Sacavém, e as peças desenhadas em ficheiro *CAD*, presentes no estudo prévio do Projeto de Recuperação da Cúpula (Delgado, J., 2006) foram um complemento à criação deste modelo. O modelo foi produzido com recurso ao programa de cálculo *SAP2000*.

No modelo de elementos finitos adotaram-se algumas simplificações e considerações com o objetivo de obter uma melhor aproximação entre o modelo numérico e a estrutura real, descomplicando a arquitetura do edifício em estudo. Surgiram dificuldades em algumas situações, nomeadamente, na escolha das propriedades dos materiais constituintes da estrutura. A falta de informação devido à inacabada construção da estrutura, aos períodos de abandono e à utilização do monumento para diversos fins, levou a que muita documentação e informação, referente à estrutura antiga, se tenha perdido. Desta forma, com base na informação conhecida e através de estudos existentes, que contribuem para uma melhor caracterização dos elementos constituintes da estrutura, foram adotadas hipóteses na definição destes materiais.

Criaram-se dois modelos separados, um correspondente à estrutura antiga – em alvenaria de pedra – e o outro correspondente à nova construção – em betão armado. Fundindo-se, posteriormente, num só modelo, ficando o modelo de betão armado sobreposto ao de alvenaria

e, os dois, devidamente, alinhados. O centro geométrico de cada modelo encontra-se alinhado com a origem do sistema de coordenadas. Na Figura 5.1 encontra-se um corte transversal do modelo completo, bem como a

representação total do mesmo, e na Figura 5.2 encontra-se uma pormenorização da transição da estrutura de alvenaria para a de betão armado. O Anexo C contém os modelos de alvenaria e betão armado isolados.

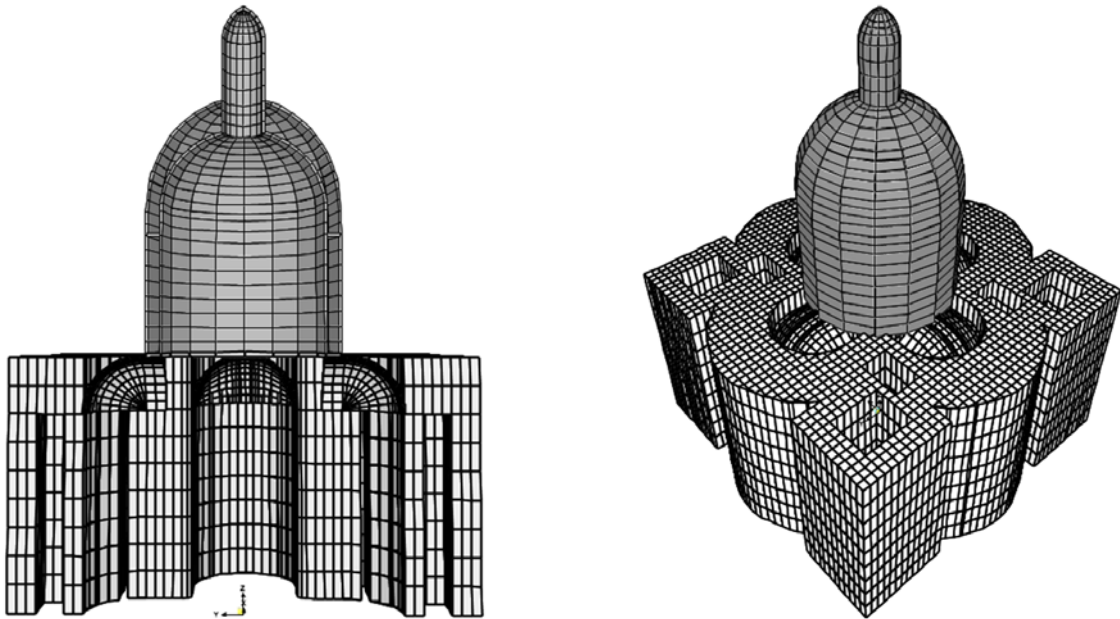


FIGURA 5.1 Esquerda: corte transversal do modelo completo. Direita: modelo completo.

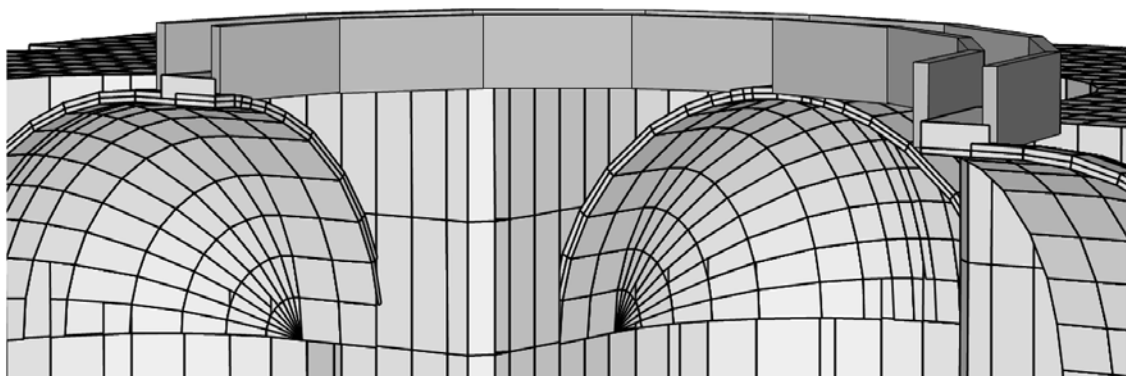


FIGURA 5.2 Pormenor da transição da estrutura de alvenaria (elementos sólidos) para a estrutura de betão armado (elementos casca), através do anel de betão armado em elementos sólidos

Considerou-se que os dois modelos são constituídos por elementos estruturais distintos. Na estrutura em alvenaria, optou-se pela aplicação de elementos sólidos, de forma a representar as áreas «maciças» e as paredes de elevada espessura que o edifício exhibe. Na estrutura referente à cúpula apenas se representaram as paredes de betão armado, adotando-se elementos de casca. Apesar de o corpo estrutural da cúpula também apresentar paredes de alvenaria de tijolo e revestimento em pedra, determinou-se que só os elementos de betão armado têm a função de resistência estrutural, os restantes elementos apenas são contabilizados como massa.

Na realização da malha em planta dos elementos sólidos (estrutura de alvenaria), teve-se em conta, unicamente, as zonas «maciças», as aberturas e as zonas de circulação. Procurou-se adotar uma planta homogênea em altura, não existindo diferenças nos pontos vazios de piso para piso. Criou-se uma planta bissimétrica, embora a estrutura em estudo não apresente a simetria perfeita considerada. Não foram incluídos os pavimentos na base e nos diferentes pisos e a sobrecarga encontra-se na majoração do peso próprio. Recorreu-se a esta simplificação de modo a efetuar uma análise mais simplificada.

A planta definida é contínua em altura até à cota 20 m. Nesta cota algumas das aberturas foram fechadas e criou-se os quatro arcos e meias cúpulas – abóbadas. A estrutura de alvenaria termina na cota 27 m, onde se atinge o topo dos arcos e das abóbadas. Analisando a maneira como as duas estruturas se ligam, observou-se que a cúpula assenta nos quatro arcos de cantaria, embutidos nas abóbadas, e nos quatro cunhais de cantaria. Apesar da estrutura da cúpula ter finalizado em 1966, no projeto inicial do Panteão já se antevia a construção de uma cúpula, estando preparado para suportar a ação desta.

Na conceção do modelo de betão armado, traçou-se a delimitação em alçado da estrutura da cúpula tendo por base as peças desenhadas. Desta forma, criou-se um corpo cilíndrico de duas camadas, exterior e interior, adotando-se a mesma espessura nos elementos de casca. Não se consideraram, as aberturas referentes à varanda na parede exterior, nem as aberturas das janelas na parede interior. Os oito pilares distribuídos em cada uma das camadas do tambor, e que conferem a resistência das ações verticais, foram representados pela parede de elementos casca, apresentada uniformemente no seu contorno.

Foi adicionado um lintel de elementos sólidos entre a estrutura de alvenaria e a estrutura de betão armado. Este lintel tem como objetivo representar o anel de betão armado que estabelece a ligação entre as duas estruturas. Por forma a estabelecer esta ligação nos dois modelos, aplicaram-se *body-constraints* com todos os graus de liberdade impedidos, de modo a que os esforços nestes pontos sejam iguais na estrutura superior e inferior. Os *bodys* foram aplicados nos cunhais e no topo dos arcos para ligar o lintel à estrutura de alvenaria, pois são nestes pontos que a cúpula de betão armado se apoia. Estabeleceu-se também a ligação do lintel com as duas camadas do tambor cilíndrico. Cada *body* liga um ponto referente à estrutura de betão armado e outro ponto referente à estrutura de alvenaria, de forma a estabelecer a ligação das duas estruturas através desse ponto comum.

A criação de um modelo de elevada discretização oferece resultados de maior qualidade, bem como uma melhor distribuição dos resultados. Devem ser adotados, no modelo, elementos com dimensões regulares e o mais reduzidas possível. No entanto, a criação de um modelo com uma boa discretização conduz a modelos com elevados elementos, tornando o programa pesado e lento

de correr. A estrutura em estudo apresenta por si só uma complexidade geométrica e uma altura considerável, assim, recorreu-se a uma discretização que não cumpre a regularidade pretendida. Os dois modelos estruturais apresentam uma discretização própria.

No que respeita aos materiais constituintes das duas estruturas não existem informações específicas, contudo tomaram-se algumas considerações tendo em conta o período de construção e os materiais que são identificáveis visualmente. Quanto à estrutura de alvenaria, é utilizada a pedra calcário de lioz. Esta está presente em todo o revestimento exterior do monumento e as paredes interiores da estrutura também são constituídas por este tipo de material. O Calcário de Lioz tem o peso volúmico de 27 kN/m^3 (Primeira Pedra – Lioz Calcários, 2018), porém a rigidez da alvenaria não pode ser definida tendo em conta a rigidez da pedra. As argamassas e juntas presentes na alvenaria fazem com que esta tenha uma rigidez inferior, relativamente à pedra calcária. Assim, realizou-se uma pesquisa bibliográfica para determinar um valor admissível da rigidez pretendida. Tomou-se como referência estudos mecânicos de ensaios experimentais, sendo adotado o valor que melhor se aplica ao caso de estudo.

Num estudo em paredes de alvenaria constituída quase exclusivamente por pedra Ançã, (Lourenço, Pagaimo, & Júlio, 2005), foram realizados ensaios de caracterização mecânica a esta pedra, quando sujeita a compressão uniaxial. Com base nestes ensaios obteve-se uma relação entre o módulo de elasticidade (E) e a resistência à compressão (f_c) para o caso de a pedra estar seca ou saturada, sendo estes respetivamente $E = 47f_c$ e $E = 62f_c$. Pelo facto da pedra de Ançã ser calcária e devido à ausência de estudos sobre o calcário de lioz, tomou-se as relações entre o módulo de elasticidade e a resistência à compressão da pedra de Ançã.

Através do valor conhecido da resistência à compressão do calcário de lioz, para a situação a seco e a saturado (Primeira Pedra – Lioz Calcários, 2018), calcularam-se os dois módulos de rigidez. Adotou-se o valor médio, referente aos resultados obtidos, sendo este de 7 GPa. Dada a robustez das paredes de alvenaria de pedra, apresentando blocos de elevada dimensão, e a reduzida espessura da argamassa de inertes finos constituintes nas paredes de alvenaria, adotou-se este valor de 7 GPa como o valor correspondente à rigidez da alvenaria, como parâmetro inicial. Na definição do coeficiente de *Poisson*, considerou-se a aplicação de 0,25, utilizando-se, novamente, resultados referentes a estudos realizados (Guimarães, 2009).

Na estrutura de betão armado, também não existe um conhecimento exato do tipo de betão utilizado. Contudo, dado o período de construção, o betão presente na estrutura da cúpula é caracterizado por uma classe de baixa resistência, comparativamente às classes utilizadas atualmente. Desta forma, de entre as classes disponíveis no programa de cálculo, procurou-se utilizar um betão mais fraco, sendo este da classe de betão C20/25. Nas propriedades mecânicas deste material adotou-se o coeficiente de *Poisson* de 0,20 e o módulo de elasticidade referente à classe adotada, de 30 GPa. Saliente-se, no entanto que o valor do módulo de elasticidade poderá ser alterado no processo de calibração, nomeadamente diminuindo a sua rigidez, ficando próximo das condições reais.

Quanto ao peso volúmico, considerou-se um peso equivalente. Esta escolha teve em conta o facto de as massas referentes ao revestimento em pedra e da parede de alvenaria de tijolo também se incluírem na massa total. Todavia, no modelo apenas as espessuras das componentes em betão armado são tidas como estruturais. Para a definição deste teve-se por base as proporções da espessura e da massa de

cada elemento da estrutura real – parede de betão armado, parede de alvenaria de tijolo e cantaria em pedra – de forma a que o modelo apresente a massa global da parede, mas representado numa parede com espessura de 30 cm. No Anexo C encontra-se a discretização das espessuras de cada material que constitui a parede, calculando-se, através destas, o peso volúmico, que toma o valor de 61 kN/m^3 para uma espessura de 30 cm em elementos casca de betão armado.

5.3.

CALIBRAÇÃO EXPERIMENTAL

Uma estrutura sujeita a ações dinâmicas em regime linear apresenta um comportamento que é determinável através da sobreposição da resposta nos seus modos de vibração, sendo que, está associada uma frequência a cada um destes modos, (Proença, 2008) e (Delgado J. L., 2013). Assim, procedeu-se à realização de ensaios de caracterização dinâmica com a finalidade de se aproximar, o quanto possível, o modelo numérico à situação real. Através dos ensaios de caracterização dinâmica obtiveram-se as vibrações ambientais do edifício, possibilitando a determinação das frequências fundamentais predominantes da estrutura em estudo, estando associadas a estas frequências os respetivos modos de vibração.

As vibrações ambientais representam todas aquelas que estão englobadas pela sua envolvente, desde que não sejam impostas e não prejudiquem a integridade da estrutura. Um exemplo para a estrutura em estudo são os visitantes do monumento. A movimentação destes, aplica uma determinada vibração à estrutura, tal como a ação do vento. Recorreu-se aos ensaios de caracterização

dinâmica *in situ* dada a existência e o conhecimento do manuseamento deste equipamento no IST. Por outro lado, este tipo de ensaios oferece uma facilidade e rapidez de concretização e não existe a necessidade de proceder a métodos destrutivos.

5.3.1.

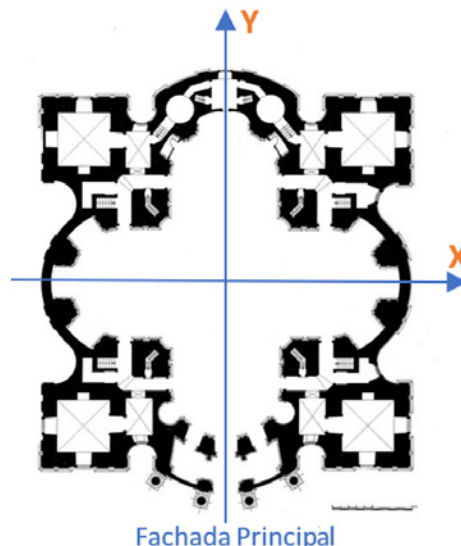
ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA *IN SITU*

Foram realizados ensaios de caracterização dinâmica em 15 locais do Panteão Nacional, nos dias 19 e 20 de março de 2018. Procurou-se realizar os ensaios numa segunda-feira estando o monumento fechado aos visitantes, e na terça-feira em locais não acessíveis pelos visitantes. No entanto, nos dois dias havia vento forte a moderado. A situação ideal da realização destes ensaios correspondia a obter as vibrações ambientais nos pontos mais altos, nomeadamente no lanternim ou ao nível das duas cúpulas. Contudo dada a dificuldade de transportar os equipamentos de medição, não foi possível realizar ensaios nestas cotas. Em alternativa, procurou-se realizar os ensaios nos pontos altos acessíveis, por forma a obter vibrações com maior amplitude e se distinguirem melhor as frequências. Deste modo, escolheu-se o nível do terraço, a uma cota de 27 m, que corresponde, aproximadamente, à zona de transição do fim da estrutura de alvenaria e o arranque da estrutura de betão armado. Porém, também foram realizados ensaios nos pisos intermédios, de forma a avaliar os resultados em função das cotas.

O equipamento utilizado para os ensaios é da marca *Kinematics*, modelo ETNA com sensor interno *Episensor ES-Deck*, que regista digitalmente as acelerações de uma forma triaxial, segundo os eixos X, Y e Z (Figura 5.3). Assim, de maneira a ter uma leitura mais perceptível dos resultados em termos de localização, procurou-se, em



FIGURA 5.3 Esquerda: material utilizado na realização dos ensaios de caracterização dinâmica. Direita: definição das direções X e Y na planta em estudo (adaptado de SIPA, 2017).



todos os ensaios, alinhar as coordenadas cartesianas do equipamento com os eixos principais da planta da estrutura. A planta em estudo apresenta uma configuração quase simétrica, atribuindo-se uma direção X e Y. As direções X e Y do aparelho foram alinhadas com as direções X e Y consideradas em planta (Figura 5.3). Quanto à direção Z, esta é referente à componente vertical sendo relacionada com as cotas dos pontos a analisar.

Os registos das vibrações do ensaio de caracterização dinâmica ficaram armazenados num cartão PCMCIA interno. Através de um computador portátil, recorrendo ao programa de cálculo *Quick Talk* foram lidos os resultados provenientes do ensaio. Por fim, para se efetuar uma leitura inicial dos resultados obtidos, recorreu-se ao programa de cálculo *ViewWave* (ViewWave, 2018), exportando, posteriormente, os resultados provenientes deste programa de cálculo para um outro programa, o *Microsoft Excel*. Através do *Microsoft Excel* realizou-se uma análise mais detalhada, aplicando o método da Transformada Rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*).

Dada a quase simetria em planta que a estrutura apresenta, os ensaios foram efetuados por alinhamentos, de forma a estabelecer uma relação entre os resultados obtidos. Começou-se por avaliar os pontos situados mais ao centro, correspondendo à localização do varandim, ao nível do Terraço. Realizaram-se ensaios nos quatro alinhamentos das portas do varandim interior. De seguida, nas duas portas de acesso ao exterior foram selecionados pontos intermédios, sendo, por último escolhidos os pontos mais afastados, localizados junto à balaustrada. Foram também realizados ensaios ao nível do Centro de Interpretação, Coro Alto e nível Térreo (Figura 5.4).

Através dos ensaios realizados foi possível obter resultados conclusivos no que respeita a modos de vibração por translações nas duas direções. Contudo, tendo em conta a impossibilidade de se realizar um ensaio no centro da estrutura, não foi possível concluir de que forma a estrutura é suscetível ao aparecimento de modos de vibração por rotação em torno do eixo vertical.

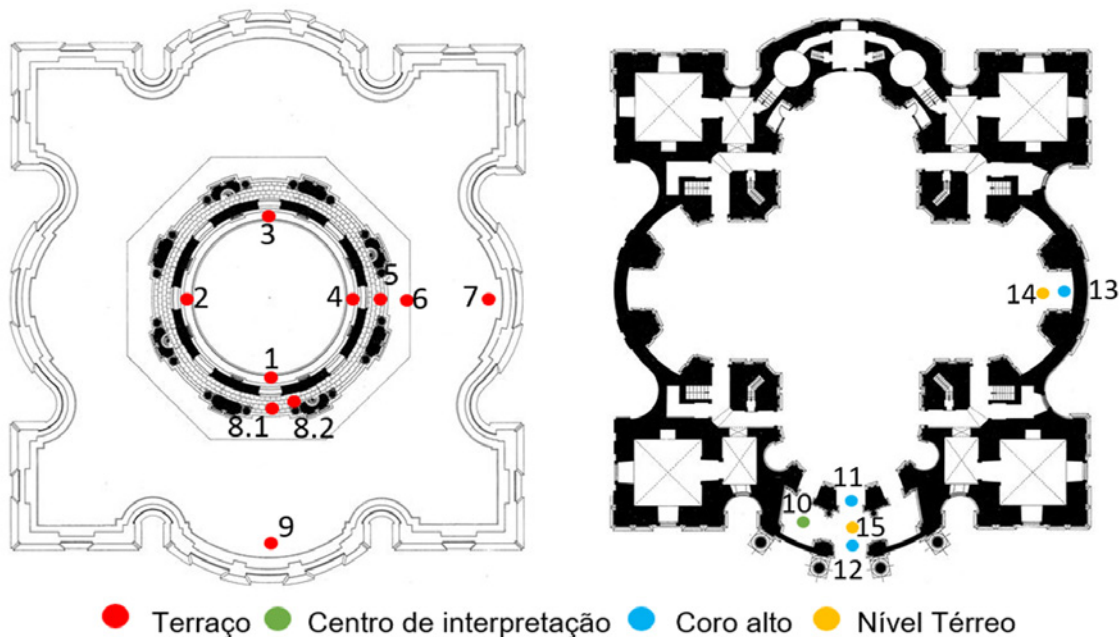


FIGURA 5.4 Localização dos ensaios de caracterização dinâmica.

5.3.2.

CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

A calibração do modelo numérico foi realizada através da comparação das frequências próprias fundamentais obtidas nos ensaios de caracterização dinâmica, com as frequências fundamentais obtidas no programa de cálculo *SAP2000*. Para a realização desta comparação, foi necessário, inicialmente, proceder ao tratamento dos resultados obtidos nas vibrações ambientais, através do método da Transformada Rápida de Fourier (TRF).

Através do programa de cálculo *ViewWave*, obteve-se a resposta das acelerações nas direções X, Y e Z, em função de um intervalo de tempo, na Figura 5.5 encontra-se um dos registos obtidos pelo programa de cálculo *ViewWave* que apresenta as acelerações registadas no ensaio referente ao Ponto 8,2. No equipamento de registo de acelerações foi

seleccionada a largura de banda do sensor até 200 Hz, desta forma o intervalo de tempo entre cada resultado é dado pelo inverso da frequência, correspondendo a 0,005 s.

Tendo em conta o intervalo de tempo entre pontos e o número de pontos adotado, a duração total do ensaio corresponde a 20,475 s, em que o primeiro ponto corresponde ao tempo zero. Para a amostra de pontos considerada foi realizada a conversão de aceleração para a Transformação de Fourier, seguindo-se o cálculo do módulo destes resultados, sendo estes os valores a considerar. Os intervalos de frequência para a criação do gráfico da Transformada de Fourier foram definidos pela Equação (5.1), em função da dimensão da amostra e do intervalo de tempo entre pontos.

$$(5.1) \quad \Delta_f = \frac{1}{4096 \times 0,005}$$

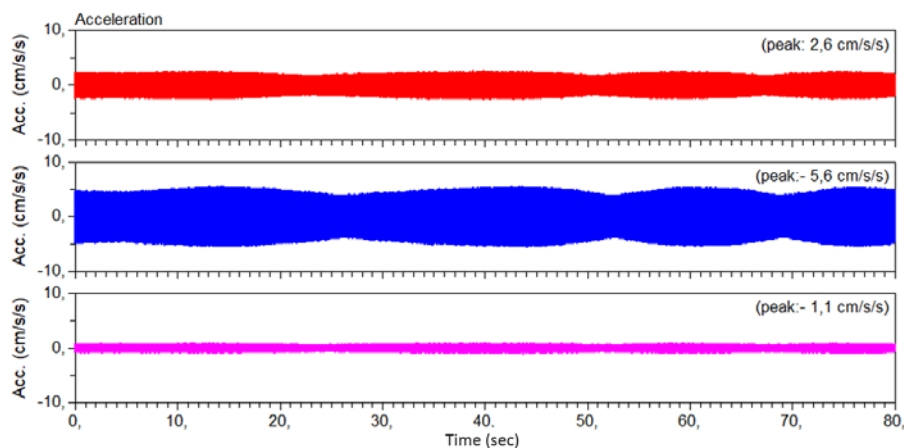


FIGURA 5.5 Registo das acelerações no ensaio realizado no Ponto 8,2, no programa de cálculo *ViewWave*. A aceleração na direção X corresponde à cor vermelha, na direção Y à azul e na direção Z à rosa.

Foram analisados todos os ensaios dos 15 pontos escolhidos na estrutura, sendo selecionados os pontos que melhor detalhe informativo continham. Identificaram-se as frequências correspondentes à localização dos picos nos gráficos da Transformada de Fourier, analisando-se um valor padrão nestes picos. Na Figura 5.6 encontra-se o gráfico do Espectro de Fourier, expresso no programa de cálculo *ViewWave*, bem como a Transformada de Fourier obtida através do programa de cálculo *Microsoft Excel*. Para obter uma aproximação dos valores das frequências fundamentais efetuou-se a média das frequências fundamentais de cada ensaio, para os quatro primeiros modos. Os quatro modos podem ser caracterizados por duas fases, a primeira fase corresponde a duas translações em X e Y, em que as frequências apresentam valores praticamente iguais, e a segunda fase, novamente duas translações, em X e Y, com valores de frequências semelhantes. Na Tabela 5.1 encontram-se as frequências obtidas para cada ponto, correspondentes às direções X e Y. Os gráficos nos

quais se realizou a análise das frequências fundamentais encontram-se no Anexo C.

TABELA 5.1 Frequências fundamentais obtidas nos ensaios de caracterização dinâmica

[HZ]	Fase 1		Fase 2	
	X	Y	X	Y
P1	2,35	3,10	3,50	3,60
P3	2,78	2,73	3,41	3,32
P5	2,65	2,78	3,38	3,02
P8,1	2,92	2,59	3,61	3,91
P8,2	2,92	2,63	3,12	3,18
Média	2,72	2,77	3,40	3,41

Através dos resultados médios das frequências fundamentais da estrutura em estudo, procedeu-se à calibração do modelo numérico. Como hipótese base considerou-se

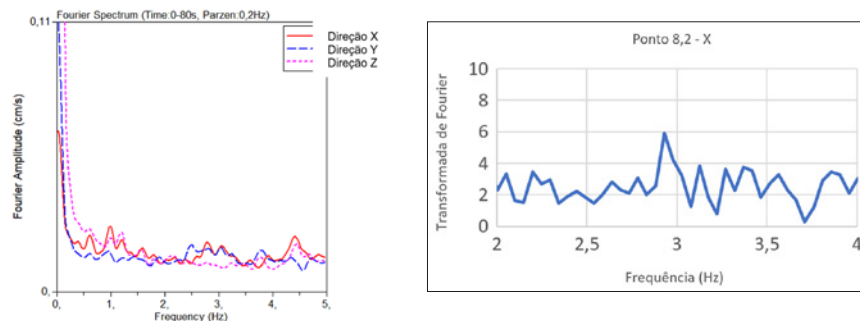


FIGURA 5.6 Identificação dos picos referentes aos modos de vibração. Esquerda: Espectro de Fourier, programa *ViewWave*. Direita: Transformada de Fourier, *Microsoft Excel*.

a utilização dos módulos de elasticidade (E) adotados no modelo inicial, estes são: 7 GPa para a alvenaria de pedra e 30 GPa para o betão armado. De seguida, procedeu-se à análise modal da estrutura, obtendo-se desta forma, as frequências do modelo para cada modo.

Confrontando os resultados das frequências de cada modo, para a hipótese base, constatou-se que existe uma discrepância destes valores comparativamente aos obtidos na análise experimental. Desta forma, optou-se por reduzir de igual forma os dois módulos de elasticidade da estrutura – o de alvenaria e o de betão armado. Foram realizadas diversas iterações, terminando-se na consideração do módulo de elasticidade reduzido para metade. Consequentemente, os resultados obtidos desta iteração final convergem, ainda que aproximados, para as frequências experimentais médias, resolvendo-se adotar estes valores como ponto de partida para uma calibração mais detalhada.

Apesar da adoção do betão da classe C20/25, considerou-se reduzir o módulo de elasticidade para metade. Não existe uma informação detalhada da classe

de betão utilizada na construção da estrutura de betão armado, contudo tendo em conta o ano da sua construção deverá ser uma classe de betão de baixa resistência e, consequentemente, rigidez inferior à adotada inicialmente. Dada a falta de informação referente à classe do betão, foi adotada a classe C20/25, com vista a uma futura calibração. Ao considerar-se um módulo de elasticidade de 15 GPa, na realização da calibração do modelo, foi utilizado um valor da rigidez inferior ao considerado inicialmente, aproximando-se dos valores reais.

Nas iterações seguintes, tomou-se o módulo de elasticidade do betão fixo nos 15 GPa, ajustando-se o módulo de elasticidade da alvenaria de pedra, de forma a aproximar os resultados numéricos aos obtidos nos ensaios experimentais. Através das hipóteses realizadas, constatou-se que a hipótese que oferece uma menor diferença na frequência obtida no resultado experimental com a do modelo numérico é a correspondente a um módulo de elasticidade de 3,65 GPa, para o material de alvenaria de pedra. Na Tabela 5.2 apresentam-se as hipóteses adotadas na calibração do modelo.

TABELA 5.2 Calibração do Modelo através da alteração do módulo de elasticidade da Alvenaria de Pedra e do Betão Armado

[Hz]		HIPÓTESE 0		HIPÓTESE 1		HIPÓTESE 2	
		Ealvenaria = 7 GPa Ebetão = 30 GPa		Ealvenaria = 3,5 GPa Ebetão = 15 GPa		Ealvenaria = 3,65 GPa Ebetão = 15 GPa	
Modo	Frequência Experimental Média	Frequência Modelo Numérico	Dif. [%]	Frequência Modelo Numérico	Dif. [%]	Frequência Modelo Numérico	Dif. [%]
1	2,72	3,79	71,77	2,68	101,49	2,72	100,00
2	2,77	3,82	72,51	2,70	102,59	2,74	101,09
3	3,40	5,27	64,52	3,73	91,15	3,80	89,47
4	3,41	5,29	64,46	3,74	91,18	3,81	89,50

Concluiu-se desta forma que, apesar da pedra Calcário de Lioz apresentar um módulo de elasticidade de aproximadamente 7 GPa, as paredes de alvenaria de pedra exibem uma rigidez inferior. Esta diferença resulta da existência de juntas entre as pedras de cantaria, e na possibilidade da existência de uma alvenaria mais fraca no interior das paredes. Não existe o conhecimento da constituição das paredes, apenas são visíveis os acabamentos em pedra de cantaria, contudo o sistema global das paredes – cantaria e alvenaria mais fraca – apresenta uma combinação das rigidezes de cada elemento constituinte, resultando numa rigidez mais baixa, sendo esta de 3,65 GPa.

5.4.

QUANTIFICAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS MECÂNICAS DOS MATERIAIS

Na análise de estruturas existentes é necessário ter em conta o conceito de nível de conhecimento, definido pela norma italiana OPCM (OPCM). Na definição deste conceito, a geometria, os pormenores construtivos e as propriedades dos materiais são fatores importantes para a seleção do

nível de confiança em causa. Através deste nível de conhecimento determina-se o fator de confiança, necessário na aplicação das propriedades dos materiais e nos métodos de análise. A tabela com os diferentes níveis de conhecimento e respetivos parâmetros encontra-se na Tabela 5.3.

No presente caso de estudo, tendo em conta a reduzida informação disponível relativamente aos pormenores construtivos e propriedades dos materiais referentes ao corpo estrutural em alvenaria de pedra, o nível de conhecimento é o nível LC1. Tendo em conta que o presente trabalho é um estudo académico, isto é, uma primeira aproximação do problema e que um estudo mais conclusivo requeria uma inspeção e caracterização mais cuidadosa, optou-se por considerar para o presente trabalho um fator de confiança (CF) igual a 1,0, correspondente a um nível de conhecimento LC3. Ao considerar este nível de conhecimento, admitiu-se, como indicador pelo EC8 Parte 3 (EC8-3, 2005) ou NTC-2008 que os valores característicos das resistências (R_k) são iguais aos valores médios das resistências (R_m) caracterizados experimentalmente *«in situ»*, Equação (5.2).

$$(5.2) \quad R_k = \frac{R_m}{LC(=1,0)} = R_m$$

TABELA 5.3 Nível de conhecimento e correspondentes fatores de confiança, para edifícios em alvenaria (adaptado de OPCM) (Monteiro, 2012)

Nível de conhecimento	Geometria	Pormenores construtivos	Propriedades dos materiais	Método de análise	Fatores de confiança
LC1		Inspeções <i>in situ</i> limitadas	Investigações <i>in situ</i> limitadas	Todos	1,35
LC2	Levantamento estrutural	Extensivas e exaustivas inspeções <i>in situ</i>	Extensivas investigações <i>in situ</i>	Todos	1,20
LC3			Exaustivas investigações <i>in situ</i>	Todos	1,00

5.5. ANÁLISE ESTÁTICA

No estudo da análise estática utilizaram-se dois modelos numéricos. O primeiro, designado por modelo 1, refere-se à estrutura antiga, sendo constituído apenas por alvenaria. O segundo, designado por modelo 2, refere-se à estrutura completa, estrutura de alvenaria e a cúpula de betão armado. A partir dos dois modelos numéricos pretendeu-se avaliar as alterações provocadas pela construção da nova estrutura, a cúpula de betão armado.

O estudo da distribuição das tensões foi realizado em duas fases. Uma vez que o modelo completo é composto por dois tipos de elementos diferentes – elementos de casca e elementos sólidos – e não é possível estudar os dois em simultâneo. Para os dois modelos, modelos 1 e 2, iniciou-se a análise da distribuição de tensões relativa à estrutura de alvenaria, representada por elementos sólidos. No estudo avaliaram-se as tensões verticais (σ_{33}) e as tensões principais máximas e mínimas.

Analizou-se, inicialmente, a estrutura nas condições de serviço, isto é, considerando a combinação quase permanente de ações, através da Equação (5.3) (EC0, 2002). Realizou-se, também, uma verificação tendo em conta as ações atuantes majoradas para a verificação das condições últimas, Equação (5.4) (EC0, 2002).

$$(5.3) \quad P = CP + \psi_2 SC$$

$$(5.4) \quad P = 1,35.CP + 1,50.SC$$

Em que, CP é a carga permanente, SC é a sobrecarga e ψ_2 é o coeficiente parcial de segurança quase permanente.

Através da análise das tensões verticais (Figura 5.7) e comparando os resultados obtidos nos dois modelos, identificou-se no modelo 2 um pico de tensões no topo dos cunhais. Este pico não ocorre, contudo, no modelo 1 (modelo só com a construção em alvenaria, i.e., sem cúpula). Sabendo que a cúpula de betão armado se apoia nestes cunhais e nos arcos, ambos de cantaria, é espetável esta maior concentração de tensões verticais nestas zonas.

Numa primeira análise da distribuição das tensões verticais (σ_{33}), verifica-se que apesar dos cunhais de cantaria apresentarem uma elevada concentração de tensões de compressão (valores negativos) no topo, nos arcos de cantaria não se verifica uma diferença significativa entre os dois modelos. Assim sendo, é de admitir que o encaminhamento das cargas verticais provenientes da estrutura de betão armado direciona-se diretamente para os cunhais, ou que existe uma pequena participação dos arcos. Isto deve-se à elevada rigidez da estrutura de betão armado. É de notar que este comportamento identificado

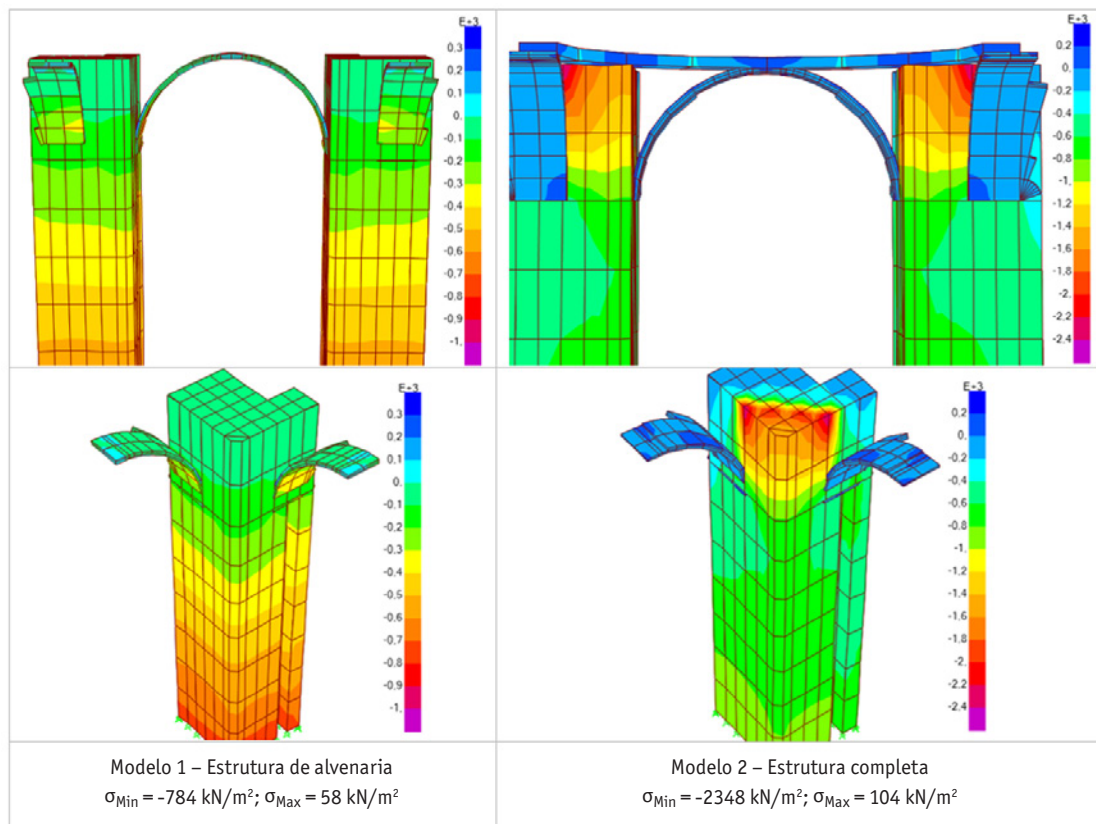


FIGURA 5.7 Distribuição das tensões verticais (σ_{33}) para a ação do peso próprio nos dois modelos numéricos

no modelo numérico de comportamento elástico linear pode não corresponder exatamente à realidade, uma vez que o comportamento de estruturas arqueadas (neste caso os grandes arcos em alvenaria) não é corretamente modelado no modelo de elementos finitos e poderá haver efeitos que não estão a ser considerados nesse modelo. Por outro lado, há que ter em conta que o faseamento construtivo não é simulado no modelo numérico e isso pode ter consequências ao nível da distribuição das tensões na estrutural real, diferindo dos resultados do modelo numérico de comportamento elástico linear.

Nas tensões verticais do modelo 2, a tensão de compressão máxima corresponde a 2,3 MPa, apresentando uma elevada margem em comparação com a capacidade de resistência mecânica à compressão da alvenaria e cantaria, que é próxima de 6 MPa (Ferreira & Farinha, 1977). Admitindo os coeficientes de segurança regulamentares, aplicáveis, sobretudo a construções novas, essa margem diminui, não obstante ainda seja verificada a segurança com uma margem significativa. Esta compressão máxima localiza-se no topo dos cunhais de cantaria, em particular no alinhamento em que a estrutura de betão armado

se apoia. No que respeita à distribuição das tensões verticais, verifica-se, portanto, que os esforços provocados pelas cargas da estrutura de betão armado se direccionam, essencialmente, para os cunhais de cantaria. Apesar de se observar este pico de compressões no topo dos cunhais, abaixo do alinhamento da base dos arcos observam-se valores de compressão mais reduzidos.

Na «Verificação da Estabilidade da Construção Existente» (Cardoso, 1965) realizada pelo Eng.º Edgar Cardoso, relativamente às solicitações da estrutura de betão armado nos elementos estruturais, arco de cantaria e cunhais de cantaria, também se admitiu que os cunhais seriam sujeitos a uma solicitação muito superior, comparativamente aos arcos. Salienta-se, ainda, que, para além da solicitação resultante do peso da estrutura de betão armado (a cúpula), as abóbadas interiores e os arcos de cantaria também se apoiam nos cunhais de cantaria.

Quanto às tensões verticais de tração, estas apresentam um valor máximo próximo de 0,1 MPa (combinação quase permanente de ações), e situam-se a meia altura das meias abóbadas de cantaria. Considerando o coeficiente de segurança regulamentar, o valor máximo da tensão de tração (combinação de ações para o estado limite último) é da ordem dos 0,2 MPa. Apesar de ser conhecido que uma estrutura de alvenaria possui uma reduzida (quase nula) resistência a tensões de tração, os valores obtidos são reduzidos, não comprometendo a segurança da estrutura. De facto, dada a pequena intensidade das tensões de tração pode-se considerar que o comportamento real do arco está a ser bem modelado.

Tendo em conta que com elementos finitos sólidos não é possível identificar facilmente as tensões tangenciais, recorreu-se às tensões principais com o objetivo de analisar o fluxo de tensões nos arcos. As tensões principais

máximas correspondem aos máximos das tensões de tração e as tensões principais mínimas aos valores máximos das tensões de compressão. No Anexo C encontram-se as distribuições de tensões para as duas tensões principais.

Através da observação da distribuição das tensões principais mínimas verifica-se a ocorrência no topo dos arcos (na superfície exterior) de tensões de compressão. Estas compressões permitem estabelecer o equilíbrio do sistema da meia cúpula com o arco, surgindo do rearranjo próprio da estrutura, e resultam numa componente horizontal, que equilibra a componente vertical do peso próprio deste sistema estrutural, impedindo que a estrutura colapse, (ver Figura 5.8).

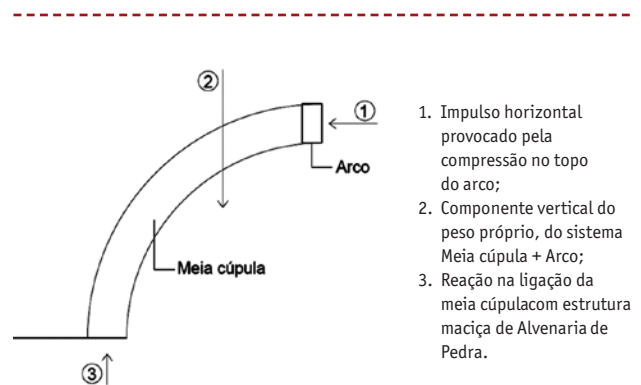


FIGURA 5.8 Sistema de forças que conferem o equilíbrio na estrutura Meia Cúpula + Arco

Ainda relativamente à observação das tensões principais no topo do arco, mas na superfície interna, verifica-se a presença de tensões de tração. Numa estrutura arqueada é natural o aparecimento no topo do arco, de tensões axiais de compressão na face exterior e de tração na face interior. Se as tensões de tração na face interior

apresentarem valores significativos pode ocorrer o aparecimento de fissuras. No entanto, se corresponderem a valores moderados a estrutura poderá adaptar-se através da geração de fissuras, mas é possível que no interior do arco se gere um fluxo de tensões de compressão (linha de pressões), que equilibra a estrutura. Assim sendo, tendo em conta que a intensidade das tensões de tração obtidas no modelo é reduzida, é de esperar a ocorrência de pequenas fissuras na estrutura arqueada, mas o equilíbrio global deverá ser garantido.

Conclui-se, portanto que, em termos de resistência à ação do peso próprio da cúpula, os cunhais de cantaria assumem um papel fundamental na absorção dessas cargas e no seu encaminhamento até à base. Os quatro cunhais existentes na estrutura funcionam como quatro colunas que, isoladas da restante estrutura, seriam suficientes para suportar a estrutura da cúpula de betão armado.

Relativamente às tensões de corte σ_{13} e σ_{23} , no modelo 2 (modelo completo), identifica-se que estas tensões apresentam o valor máximo de 0,6 MPa, situando-se, igualmente, no topo dos cunhais de cantaria. Neste local as tensões de compressão são máximas, com o valor de 2,3 MPa (σ_0). Considerando um coeficiente de atrito ($\tan\Phi$) de 0,40 (valor indicado no EC6 (EC6-1, 2005)) e uma coesão (C_u) de 0,1 MPa a resistência ao corte (r_{Rd}) é de 1 MPa, verificando-se a segurança (Equação 5.5).

$$(5.5) \quad r_{Rd} = C_u + 0,40 \times \sigma_0$$

Mesmo admitindo valores majorados para as ações (Estado Limite Último), a tensão de corte atuante é inferior ao valor admitido para a verificação ao corte. De referir que os valores indicados para a coesão e em particular para o coeficiente de atrito, são relativamente

conservativos. Assim, é suficiente para garantir que se satisfaz a segurança da estrutura.

Procedeu-se, também, à análise da segurança da estrutura de betão armado: o conjunto do corpo cilíndrico com as duas cúpulas. Nas análises estática e dinâmica não se considerou o lanternim nos modelos, sendo simulado por uma carga distribuída aplicada no bordo das duas aberturas da cúpula. Na cúpula exterior considerou-se o peso dos oito pilares e da cúpula no topo, correspondendo a uma carga de 166,7 kN/m. Na cúpula interior adotou-se o peso dos oito pilares situados entre as duas cúpulas, correspondendo a uma carga de 62,8 kN/m. Na intensidade da carga aplicada foi incluída, também, a contribuição dos revestimentos em cantaria e das pedras trabalhadas. Na Figura 5.9 representam-se as tensões circunferenciais e meridionais da estrutura de betão armado na sua superfície interior.

No modelo numérico observou-se que os valores máximos de compressão correspondentes às tensões circunferenciais σ_{11} (direção paralela às circunferências), ocorrem no bordo das aberturas no topo. Estas tensões de compressão são provocadas pela ação da carga do lanternim e pelo peso próprio dos elementos do bordo da abertura. Em resultado da abertura no topo da cúpula, ocorrem compressões nos elementos do bordo, criando uma ação horizontal que, equilibra o momento desestabilizador provocado pela ação vertical do peso próprio do sistema.

Abaixo do bordo da abertura surgem tensões circunferenciais de tração. A ação do lanternim no topo da cúpula provoca uma pequena deformação na estrutura e este efeito leva ao aparecimento de trações circunferenciais, que atingem o seu pico, aproximadamente, a meia altura da cúpula, diminuindo de intensidade até à base da cúpula. Importa referir que à medida que a construção evoluiu o

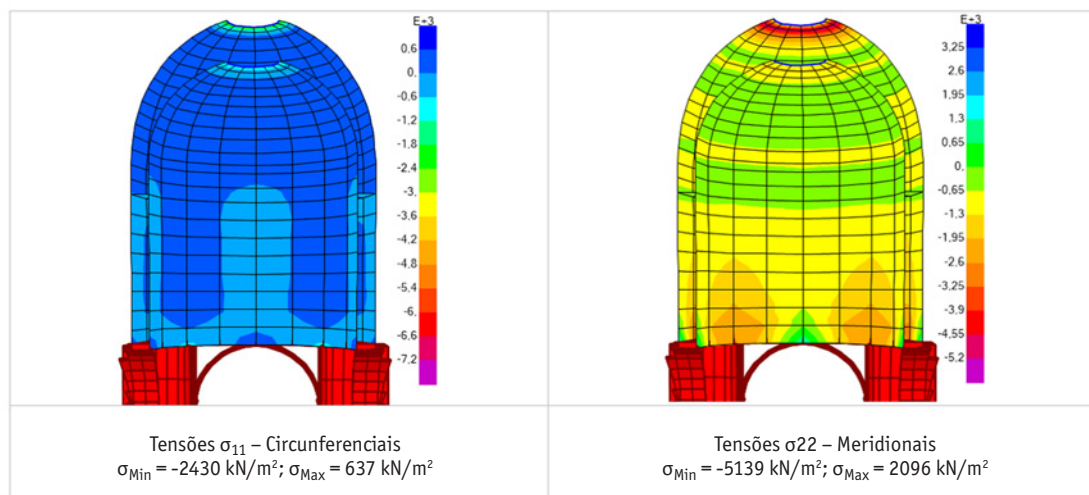


FIGURA 5.9 Tensões circunferenciais e meridionais para a ação do peso próprio na estrutura de betão armado na face interior – na parte estrutural constituída por elementos de casca.

peso próprio da estrutura conferiu uma determinada deformação nesta, sendo provável que não existam, exatamente, as tensões que o modelo representa, pois este modelo não é capaz de simular os efeitos do faseamento construtivo. Na Figura 5.10 encontra-se a deformada na direção vertical do modelo 2 – estrutura completa.

No entanto, no modelo 2 as duas cúpulas não apresentam tensões de tração com intensidades suscetíveis de levar ao aparecimento de fendilhação no betão. Tomando como base as características do betão de classe C20/25, o valor da tensão de rotura à tração é de 2,2 MPa (f_{ctm}), superior ao valor

máximo da tensão de tração no modelo (0,6 MPa). Mesmo admitindo valores majorados para as ações, as tensões atuantes são inferiores às resistentes.

As tensões meridionais, que se identificam no modelo 2 são sobretudo à compressão. O pico destas tensões de compressão localiza-se no bordo das aberturas

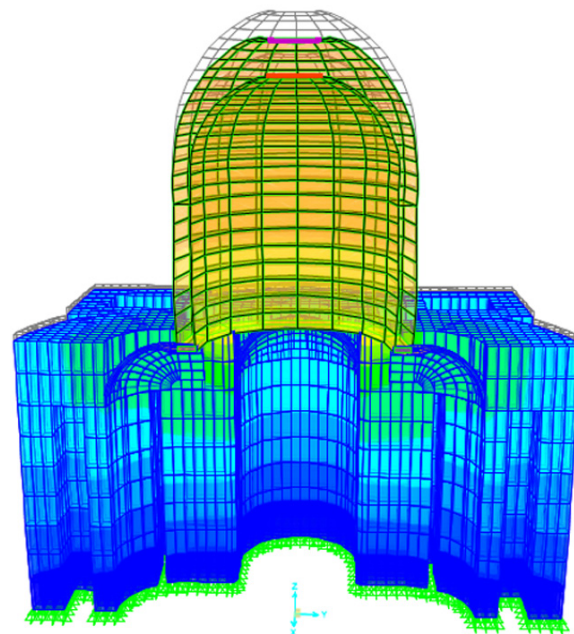


FIGURA 5.10 Direita: deformada para a ação do peso próprio

no topo, na superfície interior das cúpulas. Na superfície exterior, desse mesmo local existem tensões de tração. Este fenómeno deve-se ao efeito de flexão provocado pela carga localizada no bordo da abertura. Tanto na superfície interior como exterior, as tensões de compressão vão aumentando à medida que se tende para a base.

Na base do tambor cilíndrico localizam-se as tensões de compressão meridionais máximas. Estas encontram-se nos alinhamentos com os cunhais. Porém, acima dos arcos observa-se a presença de tensões de tração, embora reduzidas.

Na direção meridional, as tensões máximas de tração correspondem a 2,1 MPa e ocorrem imediatamente abaixo da abertura no topo da cúpula exterior. No entanto, mesmo aproximando-se do valor da tensão limite à tração do betão, 2,2 MPa, é ainda inferior, não causam preocupações. Uma vez mais, admitindo valores majorados para as ações, as tensões atuantes são inferiores às tensões resistentes.

5.6.

ANÁLISE DINÂMICA

Com o objetivo de avaliar o comportamento da estrutura quando sujeita à ação sísmica, procedeu-se à análise dinâmica linear, por espectro de resposta do modelo 2, estrutura completa. Uma análise de maior rigor seria obtida simulando o comportamento da alvenaria através de modelos não lineares. No entanto, a análise linear é um método prático que possibilita a verificação de segurança da estrutura de uma forma aproximada, mas conduzindo a conclusões importantes, pelo menos do ponto de vista qualitativo.

Na definição da ação sísmica, considerou-se o espectro de resposta definido pelo Eurocódigo 8 (EC8- 1, 2004). Contudo, em virtude da falta de informação nesse Eurocódigo e na sua Parte 3 (EC8-3, 2005) relativa à avaliação sísmica de edifícios de alvenaria existentes, alguns critérios adotados neste trabalho tiveram por base os Regulamentos Sísmicos Italianos NTC-2008 e OPCM 3274.

5.6.1.

ANÁLISE MODAL DA ESTRUTURA

Através da determinação dos modos de vibração da estrutura em estudo é possível ter uma primeira perceção do seu comportamento dinâmico. Desta forma, efetuou-se a análise modal da estrutura, com a qual se obteve as frequências e as participações de massa para um conjunto de modos de vibração. Considerou-se numa primeira abordagem 20 modos de vibração, constatando-se que no vigésimo modo o somatório da participação de massa não ultrapassa os 90%⁶. Seguiu-se uma segunda abordagem, com 30 modos, mas que não alterou, significativamente, a participação da massa no último modo.

Como referido, nos ensaios de caracterização dinâmica foram detetados quatro modos de vibração, agrupados em dois conjuntos. Cada conjunto de modos é constituído por duas translações, em X e em Y, apresentando frequências praticamente iguais nessas translações. Na análise do modelo numérico, os quatro primeiros modos de vibração são caracterizados por translações, observando-se, analogamente aos resultados da análise

⁶ O EC8 preconiza que devem ser consideradas as respostas dos modos de vibração que contribuem de modo significativo para a resposta global da estrutura. Desta forma define dois requisitos: a soma das massas modais efetivas para os modos considerados tem que representar, em cada direção, pelo menos 90% da massa total da estrutura; todos os modos com massas modais efetivas superiores a 5% da massa total têm também de ser considerados.

experimental, dois conjuntos de modos de vibração por translação. O quinto modo de vibração é caracterizado por uma rotação em torno de z, mas que não foi possível identificar nos ensaios experimentais. Na Tabela 5.4 listam-se os resultados dos cinco primeiros modos de vibração, com as respetivas características. No Anexo D encontram-se os resultados completos da análise modal.

Os quatro primeiros modos de vibração correspondem a translações puras numa só direção, O primeiro e o quarto modos de vibração correspondem a translações em Y, e o segundo e terceiro modos a translações em X. O modelo

numérico apresenta uma geometria bissimétrica, levando ao aparecimento de modos de vibração de translação iguais para cada uma das direções.

Os fatores de participação de massa apresentam maior percentagem nos primeiros cinco modos de vibração. A partir do quinto modo de vibração existe uma reduzida contribuição do fator de participação da massa. No vigésimo modo de vibração o valor acumulado da participação da massa é de 78% nas duas translações, na direção X e Y, e 82% na rotação em torno do eixo Z.

TABELA 5.4 Resultados da análise modal dos primeiros 5 modos: Período, Frequência e Participação da massa

Modos	Período[s]	Frequência [Hz]	Fator de Participação da Massa [%]			Valor Acumulado[%]			Movimento Preponderante
			UX	UY	RZ	ΣUX	ΣUY	ΣRZ	
1	0,37	2,72	0%	29%	0%	0%	29%	0%	Translação em Y
2	0,37	2,74	23%	0%	0%	23%	29%	0%	Translação em X
3	0,26	3,80	53%	0%	0%	76%	29%	0%	Translação em X
4	0,26	3,81	0%	44%	0%	76%	73%	0%	Translação em Y
5	0,20	4,88	0%	0%	78%	76%	73%	78%	Rotação em Z

5.6.2.

QUANTIFICAÇÃO DA AÇÃO SÍSMICA
SEGUNDO O EUROCÓDIGO 8

Em Portugal existem dois cenários possíveis na geração de sismos, levando a que na definição da ação sísmica por espectro de reposta se considerem dois tipos de sismo, de acordo com o Eurocódigo 8. O sismo tipo 1, é caracterizado pelo sismo com epicentro afastado – localizado na região Atlântica – e de baixas frequências. O sismo tipo 2, é referenciado pelo sismo de epicentro próximo

– localizado no território Continental, ou no Arquipélago dos Açores – e é assinalado por ter altas frequências (EC8-1, 2004).

A ação sísmica definida no EC8 é determinada de forma distinta para cada zona de Portugal Continental, tendo em consideração as diferentes características da sismicidade de cada zona, e de forma isolada para cada cenário de sismo. O Panteão Nacional está localizado em Lisboa, pertencendo, desta forma, á zona sísmica 1.3 e 2.3, para as ações sísmicas tipo 1 e tipo 2, respetivamente. Quanto ao grau

de importância, para esta estrutura considera-se o grau II, que corresponde ao grupo dos edifícios correntes.

Na classificação do tipo de terreno onde assenta a estrutura do Panteão recorreu-se à carta geológica de Lisboa, considerando-se este tipo B. Através da zona sísmica, da classe de importância e do tipo de terreno, definiram-se os parâmetros para a caracterização do espectro de resposta. Estes parâmetros encontram-se descritos no Anexo D, na parte correspondente à caracterização do espectro de resposta.

Os Eurocódigos estruturais não contemplam informação para a definição do valor do coeficiente de comportamento, q , no que diz respeito a estruturas existentes. Desta forma, recorreu-se às normas italianas NTC-2008 e OPCM, que se encontram mais completas no que diz respeito a edifícios existentes de alvenaria. De acordo com as normas italianas, para construções antigas com estrutura em alvenaria e com plantas regulares em altura, o coeficiente de comportamento « q » toma o valor de $2\alpha u/\alpha 1$. Na ausência de informações específicas sobre a estrutura, deve considerar-se para o quociente $\alpha u/\alpha 1$ o valor 1,5. Assim, considerou-se o valor 3 para o coeficiente de comportamento. Apesar do edifício em causa apresentar, também, uma parte em betão armado, não se considerou o valor correspondente do coeficiente de comportamento, porque a parte condicionante para a estabilidade sísmica do edifício é a parte em alvenaria.

No Anexo D encontram-se descritas as equações utilizadas na definição do espectro de resposta de dimensionamento, bem como um gráfico que ilustra o andamento do espectro de dimensionamento para os dois tipos de sismo possíveis.

A partir do espectro de resposta para o sismo tipo 1 (sismo afastado) e para o sismo tipo 2 (sismo próximo) definiram-se as acelerações espectrais de dimen-

sionamento (Sd) mais condicionantes. Os quatro períodos principais correspondem a maiores acelerações para o caso do sismo tipo 1 (sismo próximo), sendo este o sismo mais condicionante.

5.6.3.

COMBINAÇÃO DE AÇÕES

Com o objetivo de verificar a segurança estrutural do edifício do Panteão face à ação sísmica regulamentar, definiu-se a combinação de ações correspondente ao Estado Limite Último para a ação sísmica, Equação (5.6) definida através do Eurocódigo 0 (EC0, 2002).

$$(5.6) \quad \sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_{Ed} + \sum_{j \geq 1} \psi_{2,i} Q_{k,i}$$

Em que: $G_{k,j}$ corresponde ao valor característico da ação permanente j , A_{Ed} corresponde ao valor de cálculo da ação sísmica, $\psi_{2,i}$ corresponde ao coeficiente parcial de segurança quase permanente, para a ação variável i , $Q_{k,i}$ corresponde ao valor característico da ação variável i .

Para a combinação modal utilizou-se o método de «Combinação Quadrática Completa» (CQC) que permite obter as respostas máximas de modos. Relativamente à combinação direcional de ações, utilizou-se o método da «Raiz Quadrada da Soma dos Quadrados» (SRSS) Equação (5.7). Através da raiz quadrada da soma dos quadrados das respostas obtidas na análise, este método permite o cálculo do valor máximo do efeito da ação sísmica da estrutura, admitindo que o sismo atua nas duas direções principais, X e Y, simultaneamente.

$$(5.7) \quad E_{Ed} = \sqrt{E_{Edx}^2 + E_{Edy}^2}$$

5.6.4.

ANÁLISE DE RESULTADOS – TENSÕES NORMAIS

Para o estudo do comportamento sísmico da estrutura analisaram-se as distribuições das tensões para a ação sísmica isolada e para a combinação da ação sísmica com a ação da carga permanente. À semelhança da análise estática, o estudo da distribuição das tensões foi realizado em duas fases: a primeira para os elementos sólidos e a segunda para os de casca. Salienta-se o facto de se ter considerado o efeito da fendilhação do betão e da alvenaria na análise sísmica, reduzindo para metade os respetivos módulos de elasticidade. O sismo a estudar com maior detalhe corresponde ao sismo condicionante, o sismo do tipo 1.

Na análise da estrutura sujeita apenas à ação sísmica os resultados obtidos são todos à tração, valores positivos, em virtude da utilização do método da «Raiz Quadrada da Soma dos Quadrados» (SRSS). Tendo em conta que os

esforços condicionantes numa estrutura de alvenaria e de betão correspondem a esforços de tração, pretendeu-se analisar a pior situação determinando as tensões máximas de tração e a localização destas. Assim, para a estrutura de alvenaria as tensões relevantes correspondem às tensões verticais (σ_{33}) (Figura 5.11) e tangencias (σ_{13} e σ_{23}). Na estrutura de betão armado, analogamente às análises anteriores, estudaram-se as tensões circunferenciais (σ_{11}) e meridionais (σ_{22}) (Figura 5.13).

Quando se avalia o funcionamento da estrutura sujeita à combinação de ações do sismo e carga permanente, o programa de cálculo *SAP2000* considera de forma isolada os dois efeitos descritos. Através da envolvente Min obtém-se a situação mais condicionante relativa à resistência à compressão. A partir da envolvente Max adquirem-se os valores máximos de tração, utilizando-se esta envolvente de tensões para a verificação da resistência aos esforços de tração.

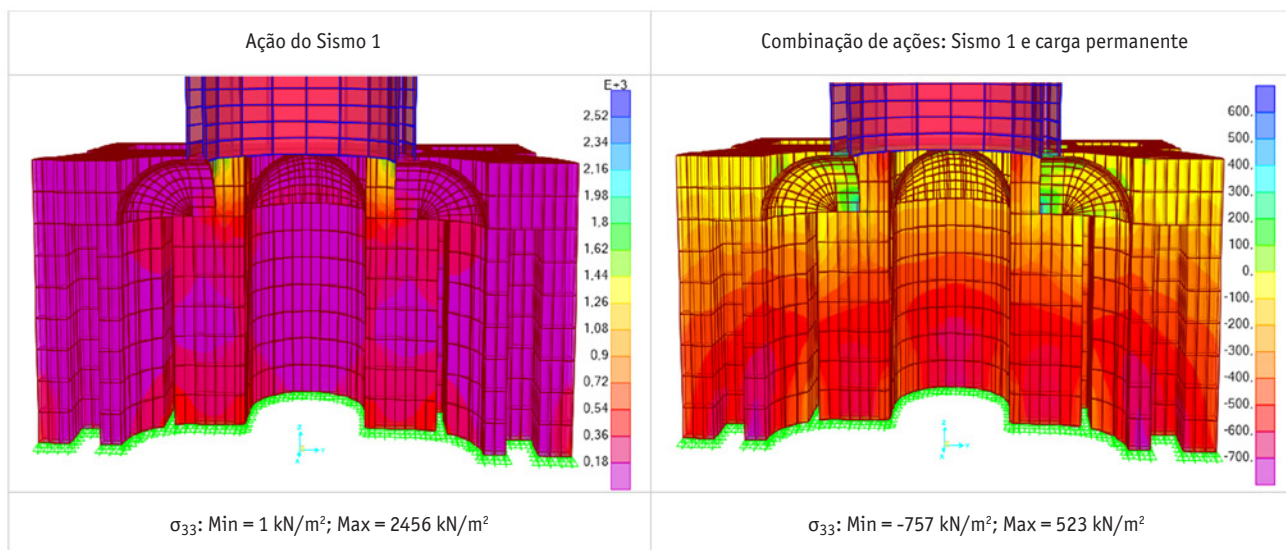


FIGURA 5.11 Distribuição das tensões σ_{33} na estrutura de alvenaria para a envolvente Max – incrementa o efeito máximo das tensões de tração.

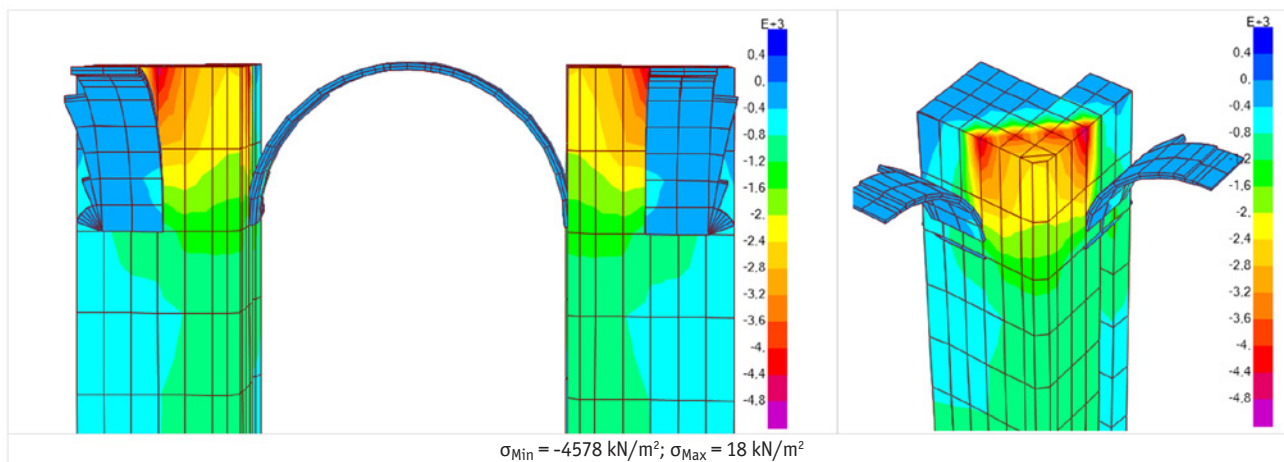


FIGURA 5.12 Distribuição das tensões σ_{33} utilizando a envolvente Min – maximização das tensões de compressão – para a combinação de ações Sismo 1 e carga permanente.

Para a ação isolada do sismo de tipo 1 as tensões máximas observadas correspondem a 2,5 MPa (tensões verticais) localizando-se na diagonal do topo dos cunhais de cantaria. Estas tensões dissipam-se até uma determinada altura, observando-se a partir de certa cota um novo aumento dos valores das tensões até à base da estrutura. Todavia, as tensões na base da estrutura são inferiores às existentes no topo dos cunhais.

No que respeita a tensões tangenciais, estas podem tomar a direção X e Y, sendo designadas, respetivamente, por σ_{13} e σ_{23} . Verificou-se que as tensões σ_{13} apresentam valores superiores, considerando-se apenas estes para a análise. O valor máximo identificado corresponde a 1,0 MPa na diagonal dos cunhais. Os diagramas com as distribuições destas tensões encontram-se no Anexo D.

Ao analisar a estrutura tendo em conta apenas a ação do sismo de tipo 1 não se tem em consideração a carga do peso próprio da estrutura – a ação permanente. Numa situação real de ocorrência de sismo os valores máximos,

referidos anteriormente e correspondentes a trações não ocorrerão, visto que a ação permanente anulará essas trações. Assim sendo, procedeu-se à análise das tensões para a combinação das ações do sismo do tipo 1 com a carga permanente – o peso próprio da estrutura – utilizando a envolvente Max, que incrementa o efeito máximo de tração, apresentado o cenário mais desfavorável que a estrutura pode apresentar.

Procedendo-se à análise da distribuição de tensões verticais para a combinação de ações verificou-se o aparecimento de tensões de tração no topo dos arcos de cantaria. Essas tensões tomam o valor máximo de 0,5 MPa, de acordo com os resultados da «envolvente Máxima» da distribuição de tensões. Através da análise pela envolvente Min, correspondente à reposta dos efeitos mais condicionantes do sismo à compressão, as trações no topo dos arcos passam a tensões de compressão. Na Figura 5.12 encontram-se os diagramas com as distribuições das tensões verticais para a envolvente Min.

Ao utilizar a envolvente mais condicionante para os esforços de tração – envolvente Max – observa-se uma mudança considerável nos valores máximos das tensões de tração na estrutura de alvenaria. Os pontos críticos de tração identificados na análise estática apresentam agora tensões mais elevadas devido à aplicação das tensões de tração da ação sísmica. Por outro lado, as compressões máximas da ação da carga permanente, nomeadamente os cunhais de cantaria, combinadas com as trações da ação do sismo 1 passam agora a compressões mais reduzidas. Analisando a envolvente Min surge o efeito oposto, ou seja, nas zonas de concentração de tensões de compressão, na carga permanente, ao combinar com o sismo 1 estas compressões são incrementadas e as tensões de tração são praticamente inexistentes.

No que se refere às tensões verticais de compressão – envolvente Min – o valor máximo de compressão corresponde a 4,6 MPa (Figura 5.12), localizando-se este na diagonal dos cunhais de cantaria. Tendo em conta que a capacidade da resistência mecânica à compressão da alvenaria é de 6 MPa, os resultados obtidos encontram-se dentro dos níveis de segurança.

Quanto às tensões de corte – tensões tangenciais σ_{13} – os seus valores máximos situam-se na diagonal dos cunhais de cantaria, com um valor máximo de 1,0 MPa, para a ação do sismo 1 isolado. Para o caso da combinação de ações, analisando a envolvente Min, este valor é de 1,5 MPa (Anexo D).

Na estrutura de betão armado (Figura 5.13), e no que respeita à ação do sismo 1, verificou-se que as tensões de tração significativas ocorrem na direção meridional (σ_{22}) e a tensão de tração máxima corresponde a 5,0 MPa localiza-se na base da superfície exterior do tambor, onde a cúpula não está apoiada, ou seja, entre os arcos e os

cunhais. Contudo, é necessário ter em conta as duas ações conjuntas, o sismo 1 e a carga permanente da estrutura.

Na análise da estrutura sujeita à combinação de ações com a carga permanente, as tensões circunferenciais (σ_{11}) apresentam valores de compressão elevados no bordo das aberturas no topo da cúpula devido ao impulso horizontal que equilibra a carga do lanternim. Na restante estrutura as tensões são maioritariamente de tração, existindo alguns locais pontuais à compressão. Nas tensões meridionais (σ_{22}), analogamente ao que se identificou nas tensões circunferenciais, é no bordo das aberturas do topo que se localizam as compressões elevadas.

Também neste caso, é a carga correspondente ao peso do lanternim o motivo deste pico de compressões. Contudo, esta mesma carga origina o aparecimento de tensões meridionais de tração imediatamente abaixo das aberturas no topo, pelo exterior da cúpula. Tendo em conta que estas tensões têm o sentido dos meridianos da estrutura, à medida que se desce as tensões de compressão aumentam por efeito do peso da estrutura. Contudo, os valores máximos dessas compressões situam-se no alinhamento com os cunhais de cantaria.

À semelhança do comportamento estático, na resposta dinâmica, os cunhais de cantaria são os elementos estruturais mais importantes e que garantem a segurança da estrutura. É nestes elementos verticais que se localiza a maior concentração de tensões e, uma vez mais, os arcos de cantaria têm apenas a função servir de apoios intermédios, encaminhando as cargas para os cunhais de cantaria.

Ao adicionar o efeito da ação sísmica ao efeito da carga permanente verifica-se um resultado de descompressão com aumento das tensões de tração e diminuição das tensões de compressão. É necessário, portanto,

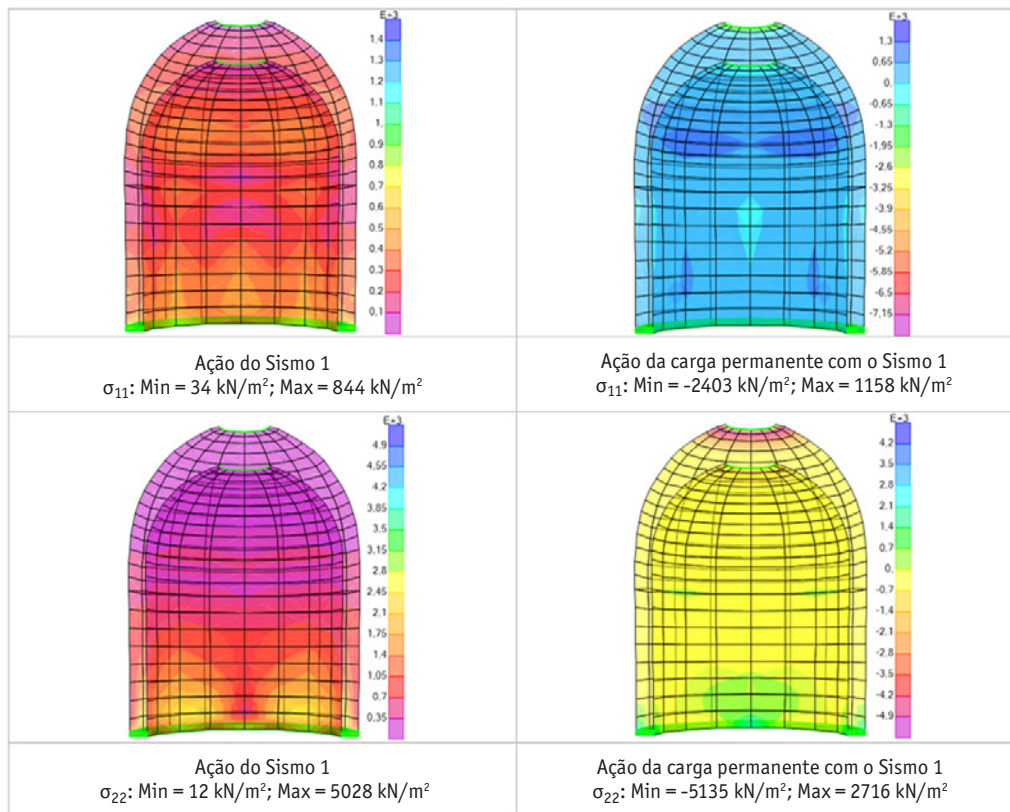


FIGURA 5.13 Distribuição das tensões σ_{11} e σ_{22} da estrutura de betão armado, para a envolvente Max – incremento de tensões de tração

verificar se a carga permanente da estrutura é suficiente para anular as tensões de tração impostas pelo sismo.

A tensão de tração máxima para a combinação de ações correspondente à ação sísmica e permanente é de 2,7 MPa, por baixo do bordo da abertura no topo das cúpulas. Acima dos arcos e nos pontos em que a base da estrutura de betão armado não se encontra apoiada também se verifica o aparecimento de tensões de tração significativas, de 1,2 MPa a 2,5 MPa. Assim, existe a possibilidade do aparecimento de fendilhação, tendo em conta que o valor da tensão de rotura à tração para o betão é de 2,2 MPa.

Contudo, são tensões reduzidas que não oferecem perigo à estrutura de betão armado.

Apesar de no modelo numérico surgirem tensões de tração significativas nos alinhamentos com os arcos, essa resposta pode resultar do facto deste modelo de elementos finitos usado não ser o mais indicado para o estudo pretendido desta estrutura. Os arcos de cantaria, apesar de no modelo surgirem com pouca carga resultante da estrutura de betão armado, funcionam, também, como apoios intermédios desta estrutura e, portanto, sujeitos a tensões de compressão.

5.6.5.

ANÁLISE DE RESULTADOS – TENSÕES DE CORTE

Uma parede de alvenaria quando sujeita a forças horizontais apresenta, em geral, os seguintes principais mecanismos de colapso: derrubamento por flexão composta (que envolve o esmagamento da alvenaria na zona comprimida); deslizamento na base da estrutura; e fendilhação diagonal. (Ferrito, 2014) A Figura 5.14 ilustra os mecanismos de colapso enunciados.

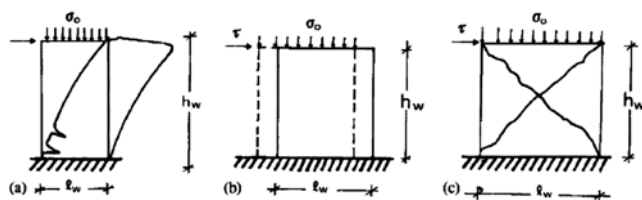


FIGURA 5.14 Tipos de mecanismos de colapso numa estrutura de alvenaria: a) derrubamento; b) deslizamento e c) fendilhação diagonal (Monteiro, 2012; Calvi, Kingsley & Magenes, 1995).

O edifício do Panteão Nacional é caracterizado por colunas e paredes de grandes dimensões, com secção transversal maciça. Assim, a estrutura do Panteão Nacional difere significativamente da de um edifício comum de estrutura em alvenaria. Da observação do edifício do Panteão, dos resultados numéricos dos modelos e tendo em conta que todos os elementos são muito robustos, é de esperar que a estrutura responda em conjunto, com um comportamento global e não através de respostas locais das várias paredes. Assim, neste estudo não se aplicou o conceito dos mecanismos de colapso para paredes de alvenaria, e analisou-se a estrutura no seu todo, tendo em consideração o comportamento em conjunto.

Assim, no caso de ocorrer o colapso por fendilhação diagonal este corresponderá a uma rotura local, pelo que

esta verificação não será realizada no âmbito deste trabalho. Analisou-se, portanto, com maior detalhe os mecanismos de colapso de derrubamento e deslizamento. Relativamente ao modo de rotura por derrubamento, tendo em conta a possibilidade de a estrutura funcionar de forma global, esta verificação foi analisada em dois níveis: na base do edifício e na zona de contacto entre as duas estruturas (de alvenaria e betão armado), à cota 25 m.

Para a verificação da segurança em relação ao derrubamento procedeu-se a uma análise analítica utilizando o sistema de cálculo para os dois níveis em estudo (Figura 5.15). Esta verificação tem em conta a posição do centro de gravidade (CG) da estrutura, que é o ponto de aplicação das forças atuantes – força horizontal referente à ação sísmica (H) e força vertical referente ao peso próprio da estrutura (P) – e a intensidade das forças atuantes.

A verificação da segurança ao derrubamento corresponde à verificação das seguintes Equações (5.8), (5.9), (5.10) e (5.11):

$$(5.8) \quad e = \frac{M}{N} \leq \frac{b}{2}$$

$$(5.9) \quad M = \sum H_i \times h_i$$

$$(5.10) \quad H_i = a_3 \times \frac{P_i}{g}$$

$$(5.11) \quad N = \sum N_i = \sum P_i$$

Em que: e é a excentricidade; M é momento devido à força horizontal da ação sísmica, H ; N é o peso total da estrutura, P ; h é a altura correspondente à localização do centro de gravidade da estrutura; b é a dimensão da base de apoio; a_s é a aceleração espectral devido ao sismo; g é a aceleração da gravidade.

Através dos cálculos ilustrados e das equações apresentadas realizou-se a verificação da segurança relativa ao mecanismo de colapso nas cotas 0 m e 25 m, correspondendo, respetivamente, à base da estrutura completa e ao nível de transição da estrutura de alvenaria para a estrutura de betão armado. Na Tabela 5.5 encontram-se os parâmetros utilizados nesta análise.

Concluiu-se, neste estudo, que a segurança ao derrubamento é garantida tanto para o nível da base da estrutura como para a zona de transição das duas estruturas. No entanto, num mecanismo de derrubamento pode surgir, ainda, problemas de esmagamento da alvenaria. Apesar de verificada a segurança ao derrubamento, foi analisada, também, a suscetibilidade do aparecimento de rotura por esmagamento. Para esta verificação foi tida em conta a capacidade de resistência mecânica à compressão (f_c) da estrutura de alvenaria, correspondente a 6 MPa (Ferreira & Farinha, 1977). Para garantir que não existe rotura por

esmagamento, a tensão máxima de compressão instalada na estrutura, nos dois níveis analisados, deverá apresentar valores inferiores à tensão de resistência máxima à compressão da alvenaria.

Através da distribuição das tensões na envolvente Min do programa de cálculo *SAP2000* – que maximiza os esforços de compressão – para a combinação de ações do sismo e da carga permanente, obteve-se os valores máximos das tensões de compressão na base da estrutura e na zona de contacto entre as estruturas. Em ambos os níveis os valores máximos localizam-se nos cunhais de cantaria e atingem 1,8 MPa e 4,6 MPa, correspondendo, respetivamente, à base da estrutura e à zona de contacto das estruturas. Verificou-se, assim, que para os dois níveis analisados não se identificam problemas de esmagamento, dado que em nenhum dos níveis a tensão obtida é superior a 6 MPa. Constatou-se, portanto, que o modo de rotura por derrubamento não deverá ocorrer.

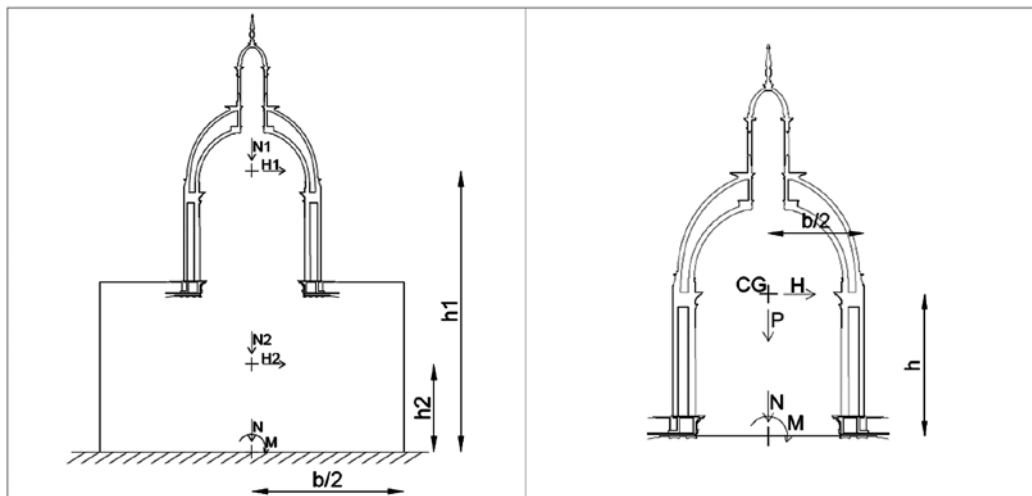


FIGURA 5.15 Sistema de cálculo para a verificação ao derrubamento. Esquerda: verificação na base da estrutura. Direita: verificação na zona de contacto entre as duas estruturas, cota 25 m.

TABELA 5.5 Verificação da segurança relativa ao mecanismo de colapso por derrubamento, na base da estrutura, cota 0 m, e na zona de contacto entre as duas estruturas, cota 25 m

Estrutura	Cota 0 m Base da estrutura de alvenaria		Cota 25 m Zona de contacto entre as estruturas
	Alvenaria	Betão	Betão
P (kN)	826570,27	63498,41	63498,41
h (m)	13,92	44,90	19,90
g (m/s ²)	9,81	9,81	9,81
as (m/s ²)	1,61	1,61	1,61
H (kN)	135655,26	10421,25	10421,25
N (kN)	826570,27	63498,41	63498,41
M (kN.m)	1888194,26	467863,91	207332,72
N1+N2	N (kN)	890068,68	
M1+M2	M (kN.m)	2356058,17	
b (m)		48,60	22,27
	e (m)	2,65	3,27
Verificação	b/2 (m)	24,30	11,14
e < b/2 - verifica a segurança nos dois níveis			

Seguidamente, procedeu-se à verificação do modo de rotura por deslizamento. Para tal, foram analisados os níveis da base da estrutura e a zona de transição entre a estrutura de alvenaria e a estrutura de betão armado. O estudo deste fenómeno foi efetuado tanto a nível global como local. Na análise global pretendeu-se englobar o somatório de todas as forças estabelecendo-se a devida verificação. No estudo local foi avaliado cada ponto da superfície em análise, identificando-se os pontos que não verificavam a segurança ao corte.

No que respeita à verificação global do deslizamento na base da estrutura recorreu-se à força de corte basal (Fb) da estrutura e à força vertical correspondente à totalidade do

peso próprio da estrutura. Estas duas forças foram obtidas através do programa de cálculo *SAP2000*. No cálculo da avaliação da resistência ao deslizamento um dos parâmetros necessários é a coesão (Cu) da alvenaria. Contudo na verificação realizada considerou-se, de forma conservativa, que esta coesão era nula. A carga vertical foi multiplicada pelo coeficiente de atrito (tgΦ). Tendo-se considerado para este coeficiente o valor 0,40, como indicado pelo EC6 (EC6-1, 2005) para estruturas de alvenaria novas. O valor de 0,40 é suficientemente conservativo para se considerar (indiretamente) todos os modos de colapso por corte.

Num estudo realizado por Maria Limongelli (Limongelli), relativo ao comportamento sísmico de uma estrutura

em alvenaria, esta considerou um coeficiente de atrito ($\text{tg}\Phi$) de 0,40 para uma estrutura em que o quociente entre a altura e a base da estrutura (h/b) corresponde a 1,5, próximo das proporções da estrutura em estudo. A Figura 5.16 apresenta o gráfico realizado por Limongelli para o parâmetro h/b de 1,5, demonstrando a suscetibilidade do aparecimento dos três modos de colapso, relacionando os esforços axiais atuantes (σ_0) com os esforços resistentes (V/bt). Através deste gráfico concluiu-se que o modo de colapso mais condicionante corresponde ao de deslizamento, verificando-se que este contém os esforços resistentes mais reduzidos. Constatou-se, ainda, que a fendilhação diagonal não é, em geral, condicionante, e que o derrubamento pode ser condicionante para valores de tensões axiais (verticais) mais elevadas. Contudo, este gráfico não tem em conta a interação da parede com a restante estrutura.

Tendo em conta as considerações conservativas, se o mecanismo de colapso por deslizamento for verificado, também se pode admitir que os restantes modos de rotura

também se encontram verificados. As Equações (5.12) e (5.13) apresentam a verificação a realizar-se, em que A é a área das paredes e N a carga vertical perpendicular a F_b . Na Tabela 5.6 encontram-se as componentes utilizadas nesta verificação.

(5.12) $V_{Ed} < V_{rd}$

(5.13) $F_b < C_u \cdot A + N \cdot \text{tg}\phi$

TABELA 5.6 Verificação global ao deslizamento na base da estrutura

Verificação global na base				
[kN]	CP	tgφ.CP	Fbx	Fby
Forças	890699,53	356279,81	82981,03	61115,24
Verificação global	Verifica	Verifica	Max	82981,03

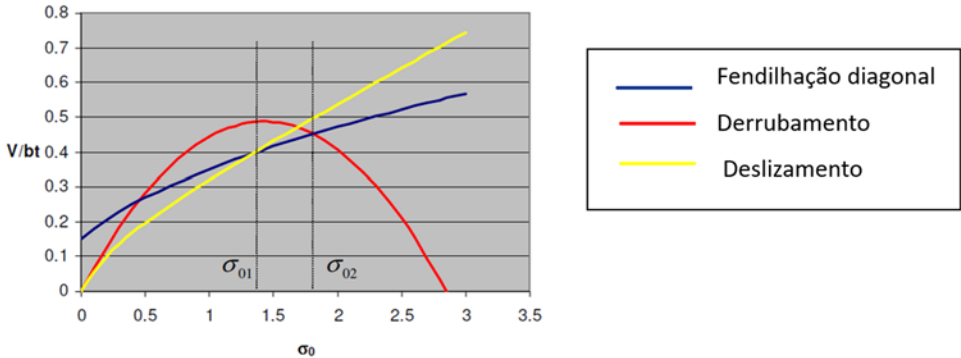


FIGURA 5.16 Suscetibilidade de ocorrência dos três modos de colapso (adaptado de Limongelli).

Constatou-se, desta forma, que, mesmo sem considerar a contribuição da coesão, o efeito do atrito é superior à força de corte basal, verificando-se a segurança ao deslizamento na base. Relativamente à verificação global na zona de contacto entre as duas estruturas, esta foi realizada para a estrutura de alvenaria, pois é mais vulnerável que a cúpula em betão armado. Para a estrutura de betão armado, devido à existência de armaduras ter-se-ia de se efetuar outro tipo análise. A estrutura de betão armado apresenta uma laje em betão armado que se apoia diretamente na estrutura de alvenaria. É entre essa laje de betão armado e a estrutura de alvenaria que podem surgir os efeitos mais desfavoráveis do colapso por deslizamento. Assim, através dos esforços na base da estrutura de betão armado realizou-se a verificação de segurança na superfície de contacto entre as duas estruturas.

A primeira verificação corresponde aos esforços globais na base da estrutura de betão armado. Em cada ponto da base obteve-se a força horizontal atuante devido à ação sísmica isolada e a componente vertical devido à carga permanente. A verificação ao deslizamento foi efetuada com a mesma metodologia adotada para a base da estrutura. Na Tabela 5.7 encontram as componentes consideradas para esta verificação.

Assim, tanto para a base da estrutura, como para a zona de ligação entre as duas estruturas, a verificação ao derrubamento foi assegurada. Contudo, apesar de a nível global o deslizamento não apresentar a suscetibilidade de resultar no colapso, podem existir zonas locais, nos dois níveis, em que a segurança ao corte não se cumpra. É necessária, portanto, uma análise da segurança local em todos os pontos destes dois níveis.

TABELA 5.7 Verificação global ao deslizamento na ligação entre as duas estruturas

Verificação global na zona de contacto das estruturas			
[kN]	CP	tgφ.CP	Fb
Forças	7450,96	2980,38	2908,38
Verificação global	Verifica		

Para a verificação local em cada ponto da base da estrutura analisaram-se as forças verticais e horizontais. Nestas últimas, de entre a direção X e Y considerou-se a que apresenta o valor mais elevado. Para a avaliação foi tida em conta a força vertical relativa à carga permanente e a força horizontal relativa à ação sísmica do tipo 1. Foram analisados os 1532 apoios fixos existentes na base, e constatou-se que apenas 88 pontos não respeitam a Equação (5.14). Os pontos que não verificam a segurança localizam-se nos bordos da estrutura, na zona curva, e nos vértices dos cunhais de cantaria. Estes pontos encontram-se ilustrados na Figura 5.17.

$$(5.14) \qquad F_{H, \text{ Máx, Sismo 1}} < F_{V, CP} \cdot tg\phi$$

Dada a existência de pontos em que a verificação local ao corte não é garantida procedeu-se à análise da envolvente a estes pontos. Nessas envolventes procurou-se averiguar se as contribuições dos esforços verticais são suficientes para compensar os pontos em que a segurança ao corte não é verificada. Para cada uma das áreas estudadas a segurança foi verificada quando se optou por uma análise envolvendo mais pontos. Apesar de existirem pontos que não cumprem a resistência ao corte, os pontos adjacentes a estes garantem a segurança global.

No que diz respeito à análise da verificação de segurança local para a zona de contacto entre as duas estruturas de alvenaria e de betão armado, constata-se que acima dos arcos de cantaria ocorrem esforços de tração relativos às componentes verticais, devido à carga permanente. Estes são os únicos pontos em que a segurança não é garantida. Contudo, como referido o modelo de comportamento elástico linear não era o mais indicado para o estudo deste tipo de estruturas, sendo que a estrutura de betão armado se apoia, essencialmente, nos cunhais de cantaria. Desta forma, não se considera relevante a ocorrência de forças de tração no alinhamento dos arcos, sendo de admitir que este fenómeno pode resultar da utilização de um modelo menos apropriado para a análise em estudo.

No alinhamento dos cunhais de cantaria, a verificação local é garantida, sendo estes os elementos fundamentais no suporte da estrutura de betão armado. Na Figura 5.17 identifica-se a localização dos pontos que não verificam a segurança nas análises aos dois níveis.

Importa referir que, além destas últimas duas verificações de segurança (rotura por derrubamento e deslizamento), ao longo da análise da distribuição de tensões realizou-se uma verificação das tensões normais (verticais) e tangenciais (de corte). Esta verificação foi realizada para a análise estática e dinâmica. Para a análise estática foi verificada a segurança para as ações não majoradas (condições de Serviço) ($G+\psi 2.Q$) e para as ações majoradas (Estado Limite Último) ($1,35.CP+1,5.SC$) de acordo com o Eurocódigo 0 (EC0, 2002), tendo em conta que a

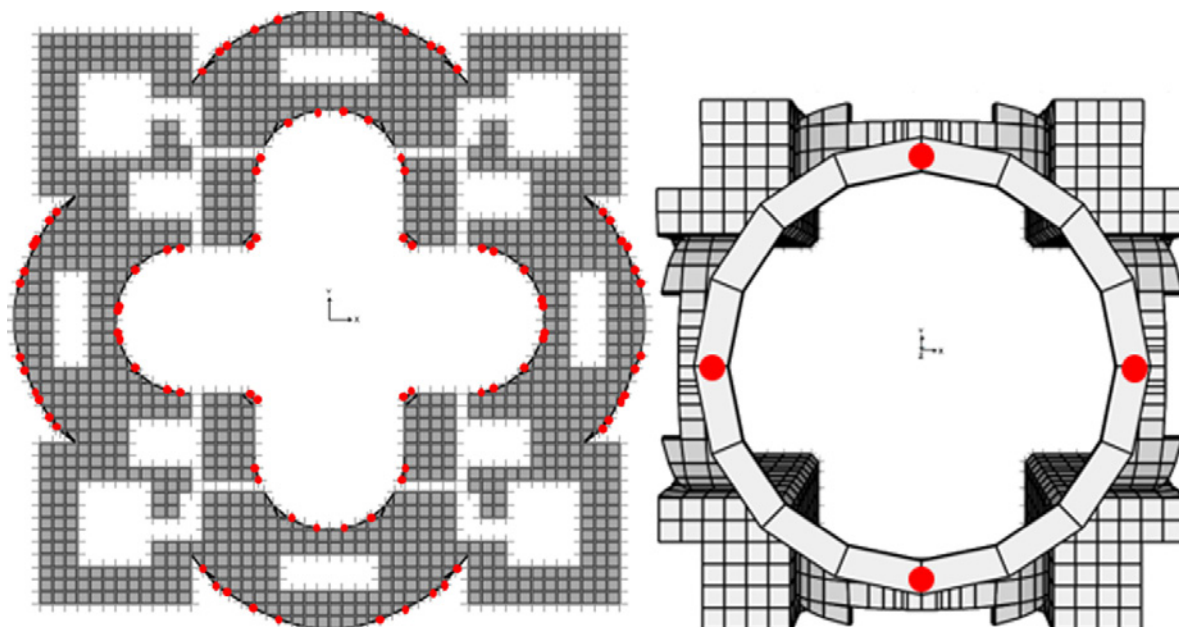


FIGURA 5.17 Pontos onde não é verificada a segurança local ao deslizamento. Esquerda: na base da estrutura. Direita: na ligação entre a estrutura de alvenaria de pedra e a estrutura de betão armado.

sobrecarga está inserida na carga permanente da estrutura, através da maximização da massa volúmica. Para a análise dinâmica apenas foi realizada a verificação da segurança para o Estado Limite Último ($CP+\psi 2SC+Sismo$) de acordo com o Eurocódigo 0 (EC0, 2002).

Desta forma, verificou-se que a estrutura não apresenta problemas de esmagamento, pois os esforços de compressão são inferiores à resistência mecânica à compressão da estrutura de alvenaria. As tensões de tração observadas não conduzem a preocupações relevantes no que respeita à rotura dos elementos por parte das juntas entre os elementos.

Conclui-se, assim, que a segurança da estrutura é verificada para todos os mecanismos de rotura analisados, constatando-se que os valores máximos identificados são reduzidos quando comparados com os valores das tensões máximas admissíveis.

5.7.

CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

As paredes de alvenaria têm, em geral, espessuras elevadas. O funcionamento estrutural, bem como as características mecânicas deste tipo de estruturas, resultam de elementos estruturais de grande espessura. Estas estruturas são caracterizadas por uma razoável resistência à compressão, mas fraca resistência à tração. Deste modo, uma espessura maior resulta no aumento do seu peso próprio, e numa força de compressão estabilizante e que equilibra, também, as forças horizontais por efeito do atrito. Por outro lado, o aumento da largura da parede diminui a sua esbelteza, reduzindo o risco de instabilidade por encurvadura. (Appleton, 2011)

A parte estrutural correspondente a alvenaria de pedra do edifício em estudo apresenta, igualmente, paredes de elevada espessura, apresentando em todo o seu revestimento cantaria em pedra – calcário de lioz. Estes elementos de cantaria conferem à estrutura um aumento de rigidez, dado que, possivelmente, no interior destas paredes existe uma alvenaria mais fraca.

Devido à ausência de um conhecimento sobre os constituintes existentes no interior destas paredes e na definição das características mecânicas das mesmas, foram realizados ensaios de caracterização dinâmica de forma a obter as vibrações ambientais da estrutura. Através da análise dos resultados obteve-se os picos de frequências associados aos quatro primeiros modos de vibração, realizando-se, posteriormente, a calibração do modelo numérico.

Após a calibração do modelo numérico procedeu-se às análises estática e dinâmica da estrutura. Constatou-se que os cunhais de cantaria são os elementos predominantes da estrutura de alvenaria no que respeita à transmissão das ações verticais provenientes da estrutura de betão armado para as fundações. Estes elementos verticais absorvem quase a totalidade das cargas provenientes da estrutura de betão armado e apresentam resistência suficiente para suportar o peso desta. Apesar de os arcos de cantaria também receberem alguma parte do carregamento da cúpula, estes esforços são encaminhados, para os cunhais. Os arcos assumem, assim, uma função de apoio intermédio.

As tensões de tração na estrutura de alvenaria apresentam-se com valores reduzidos, não causando preocupação na resistência da estrutura. Importa, referir que o modelo de elementos finitos de comportamento elástico linear utilizado neste estudo, não é o modelo

mais indicado para o estudo de estruturas de alvenaria, embora permita a obtenção de conhecimentos aproximados e qualitativos sobre o funcionamento da estrutura.

Relativamente à estrutura de betão armado, verificou-se que esta direciona, o seu peso para os cunhais de cantaria, apresentando-se no alinhamento destes elementos os maiores esforços de compressão, tanto na direção circunferencial como meridional.

Os cunhais de cantaria revelam-se, também, elementos fundamentais na resposta sísmica da estrutura. Na avaliação da ação sísmica foi tida em conta a combinação de ações referente ao sismo do tipo 1 (sismo mais condicionante) e a carga permanente.

Observou-se que os locais críticos no que diz respeito ao aparecimento de tensões de tração se situam imediatamente abaixo do bordo da abertura no topo das cúpulas, fenómeno resultante da aplicação da carga do lanternim, e na base da estrutura de betão armado, em particular, nos locais onde a estrutura de betão armado não se encontra apoiada e no alinhamento com os arcos. Devido à ação sísmica é espetável que surjam tensões de tração

nos alinhamentos dos arcos, tendo em conta que a carga permanente não exerce uma elevada contribuição nestes elementos.

Quanto à verificação de segurança para os efeitos de corte devidos à ação sísmica, constatou-se que a estrutura apresenta um comportamento global, respondendo em conjunto. Este fenómeno resulta do facto de o edifício apresentar colunas e paredes de alvenaria monolíticas de grande dimensão. Neste sentido, o modo de rotura de fendilhação diagonal a ocorrer tratar-se-á sempre de uma rotura local. No âmbito deste trabalho não foi realizada a verificação da segurança à rotura por fendilhação diagonal.

Os mecanismos de colapso de deslizamento e de derubamento são para esta estrutura os modos de rotura condicionantes. Assim, analisou-se a segurança em relação a estes modos ao nível da base da estrutura e na zona de contacto entre as estruturas de alvenaria e de betão armado. Constatou-se na análise de resultados que a segurança da estrutura em relação ao corte é satisfeita, não existindo suscetibilidades de colapso.



6

CONCLUSÕES E DESENVOLVIMENTOS FUTUROS



6.1.

CONCLUSÕES

«Tratar de edifícios antigos é (...) ter disponibilidade para entender uma realidade histórica em movimento» (Appleton, 2011, p. 300). O caso de estudo do presente trabalho, o Panteão Nacional, reflete na sua essência o que João Appleton descreveu sobre um edifício antigo. Tendo em conta as intervenções efetuadas ao longo da sua vida, os diferentes processos construtivos e os tipos de utilização que sofreu, o edifício apresenta-se como um caso de estudo interessante.

No presente trabalho, o estudo consistiu na caracterização da evolução do edifício do Panteão e do seu processo construtivo e, na análise do funcionamento estrutural de cúpulas esféricas e do edifício do Panteão. A descrição do processo construtivo do edifício do Panteão, focou-se na construção da cúpula de betão armado, que ocorreu em 1960. A ausência de informação referente à restante estrutura, anterior a 1960, não permitiu uma descrição global do processo construtivo do monumento.

A construção da igreja de Santa Engrácia, atual Panteão Nacional, teve início em 1681, sendo constituída por uma estrutura em alvenaria de pedra. Permaneceu inacabada, faltando a construção da cúpula. Só em 1960 se iniciou a construção da cúpula, utilizando-se o material betão armado. Tendo em conta os anos que separavam estas duas construções e a diferença da tipologia estrutural, houve a necessidade de garantir uma ligação eficiente entre estas duas estruturas. O Eng.º Edgar Cardoso, considerou para esta ligação um anel de betão armado que permite uma adequada transmissão das cargas verticais dos elementos superiores à estrutura robusta de alvenaria de pedra. Este anel encontra-se entre o nível do topo

das meias cúpulas, da estrutura de alvenaria, e o nível do atual terraço.

É a partir deste elemento estrutural que partem os pilares e as paredes de betão armado que constituem a estrutura resistente da cúpula. A partir do terraço surge o tambor cilíndrico com «camadas» interiores e exteriores, arrancando no topo destas «camadas» as duas cúpulas de betão armado. Para a construção da cúpula interior foi utilizado um cimb্রে metálico, construindo-se por cima deste a cofragem da cúpula. Para a construção da cúpula exterior, a cúpula interior, já construída, serviu de apoio à sua cofragem para a betonagem.

A pedra de revestimento das cúpulas, interior e exterior, assumiu um papel importantíssimo na construção das cúpulas. Este revestimento em pedra foi aplicado, primeiramente, de forma a desempenhar a função de cofragem, sendo o betão projetado sobre esse revestimento. Deste modo, os elementos de pedra nas cúpulas deverão ter uma contribuição importante para a resistência e equilíbrio das cúpulas. Na cúpula interior o revestimento em pedra é aplicado na face inferior, enquanto que na cúpula exterior é aplicado na face superior.

Foi realizada uma análise detalhada do funcionamento estrutural de uma cúpula, tendo por base a geometria da cúpula interior do Panteão. Para a concretização deste estudo recorreu-se à aplicação do Método dos Elementos Finitos com comportamento elástico linear, utilizando o programa de cálculo *SAP2000*. A simplicidade que o método apresenta e a qualidade dos resultados fornecidos, permitiram uma avaliação do comportamento estrutural da cúpula.

Na análise efetuada considerou-se as cúpulas submetidas à ação do seu peso próprio, sendo realizada, também, uma análise com a aplicação de uma variação

uniforme da temperatura. Foram quatro os modelos adotados, avaliando-se várias hipóteses, nomeadamente, a existência de uma abertura no topo e a aplicação de um lanternim.

No que respeita ao desempenho estrutural, verificou-se que as cúpulas não apresentam tensões de tração que suscitem o aparecimento de fissuras. O modelo apresenta tensões de tração de maior valor quando é aplicada uma carga com o dobro da intensidade do peso do lanternim. No entanto, não se verifica, mesmo assim, a possibilidade de fendilhação. Quanto à ação da variação uniforme da temperatura, verificou-se a ocorrência de tensões de tração e a possibilidade do aparecimento de fissuras na cúpula. As tensões de tração mais elevadas manifestam-se na direção dos meridianos da cúpula conduzindo a fissuras circunferenciais junto à base da cúpula.

Comparando os conceitos da Teoria das Membranas, (Gago, 2004), com os resultados obtidos das análises numéricas, constatou-se que numa cúpula esférica surgem tensões circunferenciais de tração para um ângulo superior a $51,8^\circ$, sendo essa a área suscetível ao aparecimento de fissuras por tensões de tração.

Para a análise da estrutura do edifício do Panteão Nacional foi realizado um modelo numérico de elementos finitos. Na criação deste modelo consideraram-se algumas simplificações que evitaram a criação de um modelo pesado e difícil de correr. De forma a calibrar o modelo numérico realizaram-se ensaios de caracterização dinâmica e a sua calibração por via do ajuste das propriedades mecânicas dos materiais.

Efetou-se uma comparação entre os resultados de análises estáticas sobre um modelo que representava o edifício antes da construção da cúpula (modelo 1: modelo isolado de estrutura em alvenaria) e outro que

representava a estrutura atual (modelo 2: modelo completo). Pretendia-se analisar os efeitos resultantes da construção da cúpula de betão armado, identificando-se os pontos críticos nos elementos estruturais. Constatou-se o papel fundamental dos cunhais de cantaria na estrutura de suporte da estrutura de betão armado. Estes elementos verticais são os maiores responsáveis pela resistência aos esforços verticais provenientes da estrutura de betão armado. Para além dos cunhais de cantaria, os arcos de cantaria, embutidos nas abóbadas, também têm funções importantes de receção e distribuição das cargas oriundas da cúpula. Estes funcionam como apoios intermédios, encaminhando as cargas para os cunhais de cantaria.

Através da análise da estrutura quando sujeita ao sismo regulamentar (sismo tipo 1 do EC8), constatou-se que os cunhais de cantaria são, também, os elementos mais importantes na resposta sísmica na estrutura de alvenaria. Nas análises estáticas e dinâmicas foram realizadas verificações de segurança tendo em conta os esforços axiais e tangenciais (de corte). Na análise estática realizou-se a verificação em duas fases, para as ações não majoradas e majoradas, observando-se que, nos dois casos, na estrutura de alvenaria as tensões de compressão não conduzem a problemas de esmagamento. As tensões de tração identificadas nos modelos apresentam valores muito reduzidos, não suscitando preocupações em nenhum dos casos. Quanto às tensões de corte, verificou-se que as compressões verticais garantem, pelo efeito do atrito, a resistência necessária. Na estrutura de betão armado, através das tensões circunferenciais e meridionais, constatou-se que as tensões de tração condicionantes se localizam imediatamente abaixo do bordo da abertura no topo das cúpulas. Estas tensões tomam a direção meridional e resultam do efeito de flexão provocado pela



FIGURA 6.1 Panteão Nacional.

aplicação da carga do lanternim, originando trações na superfície exterior e compressões na superfície interior.

Na análise dinâmica, avaliou-se a estrutura em duas fases. Através da envolvente que maximiza os esforços de compressão constatou-se que a estrutura não apresenta tensões de compressão suscetíveis de provocar o esmagamento da alvenaria. A partir da envolvente que produz o incremento dos esforços de tração, constatou-se

a possibilidade de fissuração por tração na estrutura de betão armado.

No que respeita à verificação dos efeitos de corte devido à ação sísmica, concluiu-se que, dentro dos três tipos de mecanismos de colapso possíveis, a fendilhação diagonal, caso ocorra, poderá ser considerada como uma rotura local. Tendo em conta que a estrutura funciona como um conjunto e não como painéis de parede separados, não

se aplicando, desta forma, os princípios desenvolvidos para um edifício de alvenaria comum, foram avaliados apenas os modos de colapso de derrubamento e de deslizamento. Realizou-se esta verificação na base da estrutura e na zona de contacto entre as estruturas de alvenaria e de betão armado, constatando-se que para os dois tipos de mecanismo de rotura a segurança é garantida.

Tendo em conta os estudos realizados e que se descrevem na presente dissertação, pode afirmar-se com relativa segurança que a estrutura do edifício do Panteão é capaz de suportar a ação sísmica regulamentar. No que diz respeito ao comportamento estático, as análises realizadas também não indiciam zonas críticas, podendo-se assumir, também, que a segurança da estrutura é garantida. Refira-se, no entanto, que os estudos numéricos (para comportamento estático e dinâmico) apresentam algum grau de incerteza pelas aproximações assumidas e que as análises são globais, não se tendo feito verificações de segurança ao nível local.

6.2.

PERSPETIVAS DE DESENVOLVIMENTOS FUTUROS

Apesar de terem sido cumpridos os objetivos definidos para este trabalho, existem alguns temas que podem ser estudados com maior detalhe em trabalhos futuros. Ao longo de todo o processo houve a necessidade de realizar várias simplificações, como por exemplo a escolha das características dos materiais existentes no edifício do Panteão, que merecem ser reavaliadas. Com base nestas simplificações

foi possível tirar conclusões gerais, mas seria conveniente realizar uma análise mais detalhada e correta. Assim, as sugestões para estudos futuros incidem sobre:

1.

Realização de ensaios experimentais nos materiais existentes na estrutura em estudo, de modo a obter uma melhor caracterização das propriedades mecânicas destes materiais.

Uma das dificuldades no estudo foi a escassez de informação relativa aos materiais constituintes. Entre o início e a conclusão da sua construção decorreram muitos anos e foram utilizados processos construtivos diferentes. Infelizmente, apenas é conhecido com detalhe a construção da cúpula, em betão armado. Todavia, não existem informações detalhadas sobre o tipo de betão e armaduras em aço.

2.

Realização de um modelo numérico que melhor caracterize o funcionamento estrutural da construção em estudo, nomeadamente a estrutura de alvenaria e de arcos.

Os modelos de elementos finitos de comportamento elástico linear possibilitaram a realização dos estudos, mas apenas de forma simplificada, pois a parte da estrutura em alvenaria não apresenta um comportamento elástico linear.

3.

Realização de um estudo mais detalhado da verificação de segurança dos modos de colapso por corte.

BIBLIOGRAFIA

- Amaral, D. (2014). «*Dimensionamento de um edifício em betão armado sujeito à ação sísmica*». Tese de Mestrado em Engenharia de Construção e Reabilitação, Instituto Politécnico de Viseu, Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Viseu.
- Appleton, J. (2011). «*Reabilitação de Edifícios Antigos – Patologias e Tecnologias de Intervenção*», 2.^a edição. Edições Orion.
- Araújo, G., Melo, I. & Neto, M. J. (s.d.). «*Obras de Santa Engrácia – O Panteão na República*». Lisboa: Ministério da Cultura, Instituto de Gestão do Património Arquitectónico e Arqueológico, Panteão Nacional.
- Azevedo, J. & Sinraian, G. (2000). «*Modelling the seismic behaviour of monumental masonry structures*». Congresso Internacional «Archi 2000».
- Beyer, B., Espérazza & Toman, R. (2000). «*A Arte da Renascença Italiana, Traduzido por Ana Isabel Silveira & João Costa*». Colónia: Konemann.
- Bhatt, C. (2007). «*Análise Sísmica de Edifícios de Betão Armado segundo o Eurocódigo - Análises Lineares e Não Lineares*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.
- Boltshauser, J. (1966). «*História da arquitetura*». Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, Vol. 3:5.
- Branco, F., Brito, J. & Santos, J. (2001). «*Análise das Patologias da Cúpula do Panteão Nacional*». Lisboa: Relatório ICIST EP n.º 72/01.
- Calvi, G. M., Kingsley, G. & Magenes, G. (1995). «*Static testing of a fullscale, two storey masonry building: test procedure and measured experimental response*», *Experimental and numerical investigation on a brick masonry building prototype, Numerical prediction of the experiment*. CNR-GNDT, Report 3.0.
- Cardoso, E. (1965). «*Verificação da Estabilidade da Construção Existente*». Lisboa: Panteão Nacional. Castro, L. & Leitão, V. (2014). «*Apontamentos sobre análise de lajes, Análise de Estruturas I*». Departamento de Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Croci, G. (1979). «*I dissesti ed i crolli nell'evoluzione delle costruzioni, della scienza e della tecnica: prevenzione e criteri d'intervento*». Atti del 1.º Corso de informazione ASSIRCCO. Perugia, 6-7- 8 de Novembro.
- Croci, G. (1998). «*The conservation and structural restoration of architectural heritage*». Computational Mechanics Publications, Southampton, UK.
- CSI, P. (s.d.). «*Formação Base «SAP2000 Integrated Solution For Structural Analysis & Design*». Computers & Structures Inc., CSI Portugal.
- Delgado, J. (2006). «*Projecto de Recuperação da cúpula, 1.ª fase – Estudo prévio*». Lisboa: Ázimo, Lda., IPPAR – Direcção Regional de Lisboa.
- Delgado, J. L. (2013). «*Avaliação sísmica de um edifício crítico em alvenaria*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- ECO. (2002). NP EN 1990 – Eurocódigo – Bases para o projecto de estruturas. CEN, CT 115 LNEC, Lisboa.
- EC1. (2002). NP EN 1991-1-5, Eurocódigo 1: Acções em estruturas – Parte 1-5: Acções gerais, Acções térmicas». UC Dimensionamento de Estruturas, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica, Lisboa.
- EC2. (2004). NP EN 1992 Eurocódigo 2 – Projecto de estruturas de betão. CT 115 (LNEC).
- EC6-1. (2005). EN 1996 –1-1, Eurocode 6: Design of Masonry Structures – Parte 1-1: Common rules for reinforced and unreinforced masonry structures. CEN, .
- EC8-1. (2004). NP EN 1998-1, Eurocódigo 8: Projecto de estruturas para resistência aos sismos – Parte 1: Regras gerais, acções sísmicas e regras para edifícios. CEN, CT115 (LNEC), Lisboa.
- EC8-3. (2005). NP EN 1998-3, Eurocódigo 8: «Design of structures for earthquake resistance, Parte 3 - Assessment and retrofitting of buildings. Comité Européen de normalisation, CEN, Brussels.
- Ferreira, V. & Farinha, B. (1977). «*Tabelas Técnicas para Engenharia Civil*», 8.^a edição. Lisboa: Associação dos Estudantes do I.S.T.

- Ferrito, T. (2014). «*Avaliação sísmica de um edifício «de placa» do Bairro de Alvalade - Análise Linear e Não Linear*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- Gago, A. S. (2004). «*Análise Estrutural de Arcos, Abóbadas e Cúpulas*». Dissertação de Doutoramento em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- Georg, R. (2015). «*Historical Analysis of Arches and Modern Shells, Thesis of Master of Science*». University of Colorado, Colorado.
- Grave, P. (1998). «*La théorie des voûtes de Pierre Bouguer: jeu mathématique et enjeu pratique*». Nantes.
- Guimarães, M. (2009). «*Caracterização de Paredes de Alvenaria de Pedra por Técnica Sónica*». Dissertação para o grau de Mestre em Engenharia Civil – Especialização em Estruturas, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, Porto.
- Heyman, J. (1995). «*The stone skeleton*». Combridge, University Press.
- Hortal, J. C. (2002). «*La estructura Gótica Catalana. Sobre los conceptos de medida y espacio. El Problema de la forma en la cubierta*». Dissertação para obtenção do grau de Doutor, Universidade Politécnica da Catalunha.
- Inácio, M. M. (2014). «*Betão de Elevada Resistência, Relatório 1 - Hicon - Uso Racional de Betão de Elevada Resistência em Estruturas de Laje Fungiforme Sujeitas a Ações Cíclicas e Sísmicas*». EXPL/EC M-EST/1371/2013, Fundação para a Ciência e a Tecnologia.
- Janson, H. W. (s.d.). «*História da Arte - Panorama das Artes Plásticas e da Arquitectura da Pré- História à Actualidade*», 3.ª edição. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Lança, P. (2006). «*Análise estrutural de abóbadas poli-nervuradas: Aplicação ao Coro Alto do Mosteiro dos Jerónimos*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Ramo de Estruturas, Geotécnica e Fundações, Universidade do Minho.
- Limongelli, M. (s.d.). «*Comportamento sismico delle strutture in muratura*». Corso di perfezionamento in manutenzione, risanamento, conservazione e consolidamento di strutture in muratura.
- Lopes, M. (2008). «*Sismos e Edifícios*». Edições ORION.
- Lourenço, P.; Pagaimo, F. & Júlio, E. (2005). «*Caracterização das Paredes de Alvenaria da Vila de Tentúgal*». Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas 54: 35-42.
- Macchi, G. (2001). «*Diagnosis of the facade os St. Peter's basilica in Rome, Proceedings of Historical Constructions - Possibilities of Numerical and Experimental Techniques*». Ed. P. B. Lourenço, P. Roca, Guimarães.
- Monteiro, J. P. (2012). «*Análise Sísmica de Edifícios «Gaioleiros»*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa, Lisboa.
- Navarro, F. (2006). «*História da Arte - Roma. Arte Paleocristã e Bizantina*», Volume 5. VEGAP Barcelona: Editorial Salvat.
- Navarro, F. (2006). «*História da Arte - Renascimento: o Quatrocentismo*», Volume 9. VEGAP Barcelona: Editorial Salvat.
- NTC2008. (s.d.). *Norme Tecniche per le Costruzioni*. NTC, 2008.
- Nunes, P. C. (2009). «*Teoria do Arco de Alvenaria: Uma Perspectiva Histórica*». Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Brasília/DF.
- Ochsendorf, J. (2005). «*Analysis of Historic strutures (lectures)*». Massachusetts, Massachusetts Institute of Technology: Building Program.
- Oliveira, D. V. (2003). «*Experimental and numerical analysis of blocky masonry structures under cyclic loading*». Dissertação de Doutoramento, Universidade do Minho, Braga.
- OPCM. (s.d.). Ordinance PCM 3274 and Modifications OPCM 3431, Chapter 8 – Buildings with masonry structure, Chapter 11 - Existing masonry buildings. English version, dated 03/05/05.
- Pereira, F. C. (2010). «*Dimensionamento de Estruturas de Betão Sujeitas a esforços de Membrana Associados com Esforços de Flexão de Acordo com o Eurocódigo 2*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Universidade do Porto, Porto.
- Proença, J. M. (2008). «*Análise experimental do comportamento sísmico das estruturas*», em *Sismos e Edifícios*. Lisboa: Edições Orion.

Santos, J. (2014). «*Estudo Construtivo e Estrutural de Abóbadas Alentejanas*». Dissertação de Mestrado em Engenharia Militar, Instituto Superior Técnico, Academia Militar, Lisboa.

SAP2000®. (s.d.). Three Dimensional Static and Dynamic Finit Element Analysis and Design of Structures. CSI Computers & Structures, inc, Structural and Earthquake Engineering Software, Berkeley, Califórnia, EUA.

Timoshenko, S. P. & Woinowsky-Krieger. (1959). «*Theory of plates and shells*». New York: McGraw- Hill International Editions.

SÍTIOS CONSULTADOS NA INTERNET

- Appleton, J. (8 de Fevereiro de 2018). «*Construções em Betão - Nota histórica sobre a sua evolução*». Obtido de <http://www.civil.ist.utl.pt/~cristina/GDBAPE/ConstrucoesEmBetao.pdf>
- ArchDaily. (8 de Fevereiro de 2018). Obtido de ArchDaily Brasil - Clássicos da Arquitetura: <https://www.archdaily.com.br/br/802972/classicos-da-arquitetura-panteao-romano-imperador-adriano>
- Architecture of London. (13 de Fevereiro de 2018). Obtido de St. Paul's Cathedral: <https://cityvisit.weebly.com/london/st-pauls-cathedral>
- Arquitetura Clássica. (8 de Fevereiro de 2018). Obtido de <http://www.arquiteturaclassica.com.br/panteao-romano/>
- Curvas, Superfícies e Arquitetura - Catedral de St. Paul. (13 de fevereiro de 2018). Obtido de <https://curvasearquitetura.wordpress.com/catedral-de-st-paul/>
- Heyman, J. (27 de Agosto de 2017). «*The Stone Skeleton: Structural Engineering of Masonry Architecture*», Cambridge University Press. Obtido de <https://books.google.pt/books?id=IvuIvzwGClwC&pg=PA22&dq=%22The+safe+theorem+states+that+if+a+ny+one+such+position+can+be+found+for+the+line+of+thrust,+then+this+is+an+absolute+proof+that+the+structure+is+stable,+and+indeed+that+collapse+can+never+occur+un>
- Heyman, J. (13 de Fevereiro de 2018). «*Why ancient cathedrals stand up. The structural design of masonry*». Obtido de Emeritus Professor of Engineering, University of Cambridge, Ingenia: <http://www.ingenia.org.uk/Content/ingenia/issues/issue10/heyman.pdf>
- Primeira Pedra - Lioz Calcários. (22 de Fevereiro de 2018). Obtido de <http://www.primeirapedra.com/stones/lioz/>
- SIPA. (11 de Setembro de 2017). SIPA, Igreja de Santa Engrácia/ Panteão Nacional. Obtido de http://www.monumentos.gov.pt/Site/APP_PagesUser/SIPA.aspx?id=4721
- St. Paul's Cathedral, Climb the Dome. (13 de Fevereiro de 2018). Obtido de <https://www.stpauls.co.uk/history-collections/history/explore-the-cathedral/climb-the-dome>
- ViewWave. (20 de Março de 2018). *Software ViewWave Feb. 23, 2007*. Obtido de <https://iisee.kenken.go.jp/staff/kashima/viewwave.html>
- Wight, J. K., & MacGregor, J. G. (8 de Fevereiro de 2018). «*Reinforced Concrete, Mechanics & Design*» 6th ed. Obtido de <https://civilengineering.files.wordpress.com/2014/10/reinforced-concrete-mechanich-and-design-6e.pdf>

ANEXO A
CÚPULAS
DE REFERÊNCIA



PANTEÃO DE ROMA

O Panteão de Roma, resulta de uma reedificação efetuada no império de Adriano, no século II d.C.. Apolodoro de Damasco dirigiu as construções do interior da sala circular e da grande cúpula. A estrutura é constituída por um grande tambor fechado por uma cúpula de vão 43,20 m, exibindo no topo uma abertura circular de 9 m (Navarro, 2006, vol. 5),

A sala circular apresenta uma altura de dimensão igual ao vão da cúpula, 43,20 m, sendo possível imaginar uma esfera delimitada pela cúpula, tangente ao pavimento, igualando as dimensões em diâmetro e altura. Por outro lado, é possível considerar-se a combinação de uma meia esfera assente num cilindro com raio 21,60 m. Ao longo da cúpula existem reentrâncias em forma de caixas que diminuem de tamanho à medida que se aproxima do topo, originando um efeito de perspectiva, (Figura A.1), (Navarro, 2006, vol.5).

A cúpula do Panteão de Roma é constituída por uma espécie de betão não armado, e com a utilização de inertes leves (Appleton J., 2018). Foram utilizados tijolos partidos como agregados grossos na parte inferior da cúpula. Na parte superior da cúpula recorreu-se à utilização de pedra-pomes como agregado, com o objetivo de diminuir o peso próprio do betão, resultando numa diminuição dos esforços de flexão devido às cargas permanentes, (Wight & MacGregor, 2018) e (Inácio, 2014).

No interior do edifício observa-se uma cúpula que se inicia na parte superior do tambor, tendo a aparência de uma cúpula esférica. Todavia, vista do exterior, a cúpula aparenta ser mais plana, existindo uns degraus que substituem a curvatura da cúpula (Arquitetura Clássica, 2018).

Durante as obras de manutenção, em 1892, Georges-Paul Chedanne identificou arcos de alvenaria de tijolos, com elevada espessura, no interior das paredes de alvenaria (Figura A.1), localizando-se na parte inferior da cúpula e na parte superior do tambor. Estes arcos têm como função o encaminhamento das cargas provenientes da cúpula para zonas mais resistentes, sendo, assim, a distribuição dos esforços da estrutura realizada a partir destes arcos (Gago, 2004).

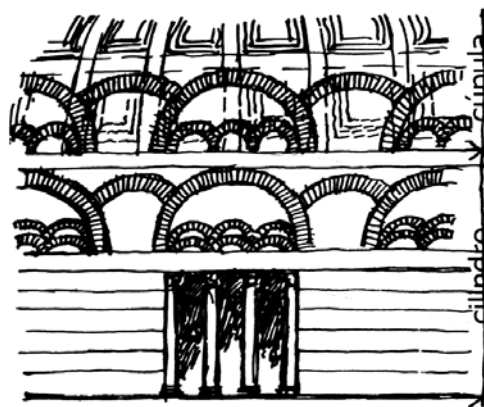
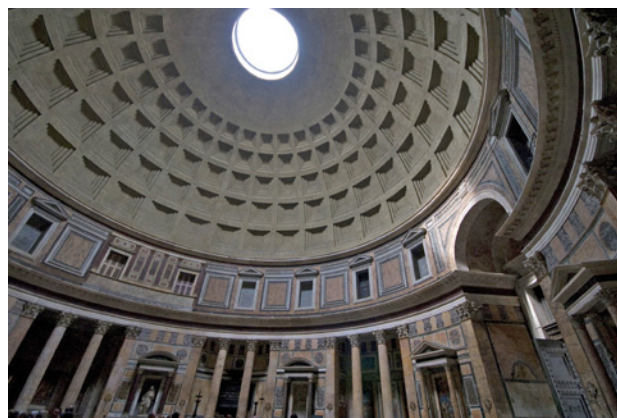


FIGURA A.1 Panteão de Roma. Cima: vista pelo interior da cúpula. Baixo: arcos embutidos na estrutura da cúpula e tambor. Fonte: ArchDaily, 2018 (cima); Boltshauser, 1966 (baixo).

CATEDRAL DE FLORENÇA – SANTA MARIA DEL FIORE

A cúpula da Catedral de Florença é conhecida como símbolo do Renascimento. Em 1418 já estavam colocados uns pilares e a estrutura de um tambor octogonal, contudo ainda não estavam definidos os planos de construção da cúpula. Em 1420, procedeu-se às obras da conclusão dessa cúpula, contudo existia uma indecisão entre finalizar a catedral com uma cúpula ou com uma torre octogonal, como um zimbório, inspirada nas catedrais góticas e nas igrejas monásticas (Navarro, 2006, vol.9).

Filippo Brunelleschi sugeriu a construção de uma cúpula aplicando os princípios da construção romana, mas com ideais da tradição gótica de teto de abóboda em pedra. Assim, a cúpula autoportante de planta octogonal facetada foi construída com duas abóbadas paralelas, em formato de casca de ovo, de forma a reduzir o seu peso total. A cúpula interior é constituída por tijolo e pedra, e *«encontra-se reforçada por nervuras e costelas horizontais concêntricas»* (Navarro, 2006, vol.9, p.36).

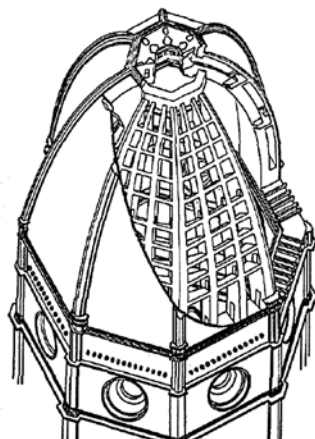


FIGURA A.2 Catedral de Florença. Fonte: Gago, 2004.

As duas cúpulas, encontram-se unidas por blocos de pedra, e foram, segundo consta, construídas sem o recurso a andaimes, sendo este o maior mérito desta construção. No sistema de construção colocavam-se andaimes nos locais que iam ficando concluídos, possibilitando os trabalhos nos tramos superiores – *«os modilhões que sobressaem na base da abóboda serviram para apoiar os andaimes durante a construção»* (Navarro, 2006, vol.9, p. 36). A cúpula de Florença é constituída por um diâmetro de 40 metros e uma elevada dimensão – superior às cúpulas de Pisa e Siena. A elevada dimensão do diâmetro da abóbada, aumentando o peso da abóbada, foi motivo de uma enorme dificuldade que se fez sentir quando da sua construção (Navarro, 2006, vol. 9).

O panteão de Roma serviu de modelo para o projeto da cúpula de Brunelleschi. Porém, as duas cúpulas apenas se assemelham no tamanho, apresentando geometrias diferentes. Enquanto a cúpula do Panteão apoia a sua casca semiesférica nas paredes do tambor onde está embutida, a cúpula de Florença foi erguida sobre as paredes da igreja e Brunelleschi deixou-a completamente suspensa ao elevá-la, ainda mais, sobre o tambor octogonal. Na cúpula de Florença o peso distribui-se por duas cúpulas, uma cúpula inferior mais baixa, e uma segunda cúpula, externa, que também têm a função de contraforte à cúpula inferior. Na resolução do problema do peso da cúpula, Brunelleschi executou a sua melhor invenção, (Figura A.2) (Navarro, 2006, vol.9).

Brunelleschi uniu as duas cúpulas, colocou liernes nos cantos e procedeu à cintagem da cúpula interior com enormes anéis de vigas de madeira, em que estas estão unidas entre si através de barras de ferro.

Na fase de construção da cúpula, Brunelleschi não recorreu a cimbres, utilizando, apenas, uma estrutura provisória de madeira para que os trabalhadores pudessem trabalhar (Navarro, 2006, vol.9).

BASÍLICA DE SÃO PEDRO – VATICANO

Em 1546, Miguel Ângelo foi convidado para a construção da cúpula de São Pedro e apresentou uma solução de cúpula um pouco mais aberta do que a cúpula de Brunelleschi, relativamente plana e com um lanternim muito alto. Contudo, esta cúpula não foi executada e o seu sucessor, Giacomo della Porta, executou uma cúpula com um formato mais ingreme, reduzindo a altura do lanternim (Beyer, Espérazza & Toman, 2000). Na cúpula de São Pedro deteta-se uma variedade de traços que faz lembrar a cúpula de *Santa Maria del Fiore*, nomeadamente a construção de uma cúpula de duas cascas (Janson).

Em 1742, devido à elevada fissuração que a cúpula de São Pedro apresentava, o papa Bento XIV nomeou três matemáticos para a análise do estado da cúpula: Frs. Ruggiero Guiseppe Boscovich, Thomas le Seur e François Jacquir. Os três matemáticos desenvolveram um modelo geométrico concluindo que a cúpula era insegura e suscetível ao

colapso. Tendo em conta estas conclusões, o papa nomeou Giovanni Poleni para uma nova análise da cúpula (Georg, 2015).

Poleni, no ano de 1748, aplicou o conceito da curva da catenária ao estudo da cúpula de São Pedro (Horta & Carasco, 2002). O que permitiu verificar a segurança da cúpula da Basílica de São Pedro. «Com base no padrão de fissuração meridional existente, dividiu-a em cinquenta fatias e analisou a estabilidade de um arco equivalente constituído por duas fatias diametralmente opostas. Por sua vez, estas fatias foram divididas em 16 elementos para estimar as acções actuantes», (Lança, 2006, p. 14) (Figura A.3) (Heyman, 1995).

Poleni sobrepôs uma catenária com uma corrente de 32 esferas, com diâmetros proporcionais às cargas e pesos de cada elemento, ao perfil invertido da secção do arco equivalente. Apesar da existência de fissuração, o traçado da catenária invertida situava-se no interior da secção do arco equivalente, verificando-se a estabilidade da cúpula, (Heyman, 1995 e Lança, 2006).

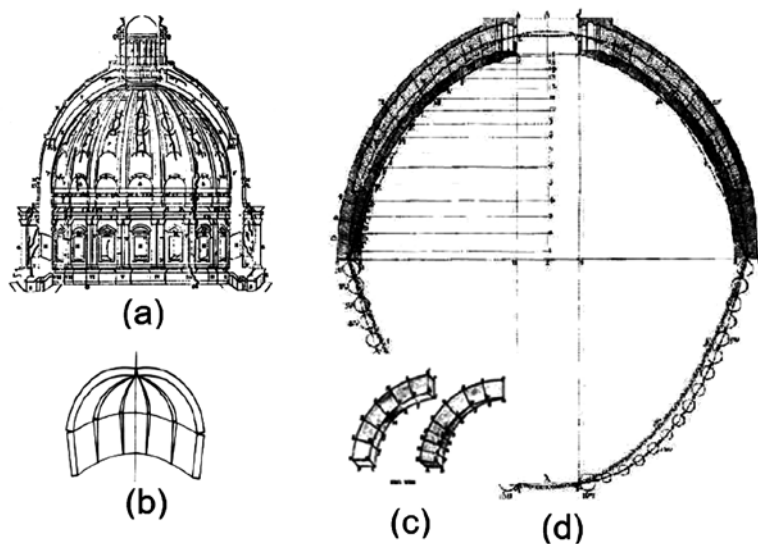


FIGURA A.3 Estudos de Poleni (1748) sobre a estabilidade da cúpula de São Pedro:

- a) padrão de fissuração (Crocì, 1979);
- b) mecanismo de colapso (Ochsendorf, 2005);
- c) fatias consideradas com base no padrão de fissuração
- d) arco equivalente com a sobreposição de catenária invertida (Grave, 1998 e Lança, 2006).

CATEDRAL DE SÃO PAULO – LONDRES

A cúpula da Catedral de São Paulo foi projetada pelo arquiteto inglês Sir Christopher Wren, em 1666, e apresenta muitas semelhanças com a cúpula do Tempietto de Bramante, em Roma. Sir Christopher inspirou-se na Basílica de São Pedro procurando uma caracterização mais sóbria. Estas duas cúpulas apresentam características geométricas semelhantes. Nomeadamente, a dimensão do diâmetro, que corresponde à soma da largura das respectivas naves central e laterais. No entanto, a cúpula de São Paulo ergueu-se a um ponto mais elevado, acima do edifício (Janson).

A cúpula de São Paulo é composta por três cúpulas: a cúpula exterior com estrutura de madeira coberta com chapas de chumbo; uma cúpula intermédia, alongada, constituída por tijolos e a cúpula interior constituída por pedra, existindo no topo desta última, uma abertura com um lanternim, que é visível a partir do interior da catedral (*Architecture of London*, 2018 e Heyman, 2018).

A cúpula de Christopher tem a particularidade de conter na sua estrutura de suporte superfícies inclinadas (Heyman, 2018). Através da observação das curvas da corrente suspenso, Christopher descobriu que ao pendurar uma corrente com as suas extremidades cria um arco alongado, permitindo uma elevada altura no arco de São Paulo, apoiando-se no topo o lanternim de pedra (*Architecture of London*, 2018).

ANEXO B
RESULTADOS
NUMÉRICOS
DOS
DIFERENTES
MODELOS
DA ÇÚPULA
ESFÉRICA



GEOMETRIA DA CÚPULA ESFÉRICA

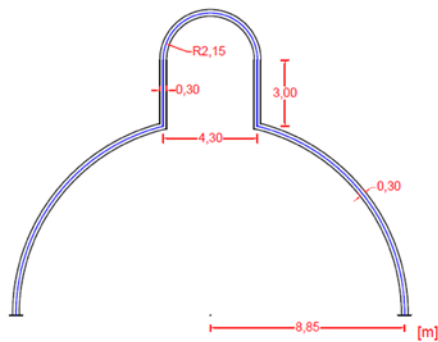


FIGURA B.1 Geometria da cúpula a estudar.

MODELO DE ELEMENTOS CASCA
MODELO O

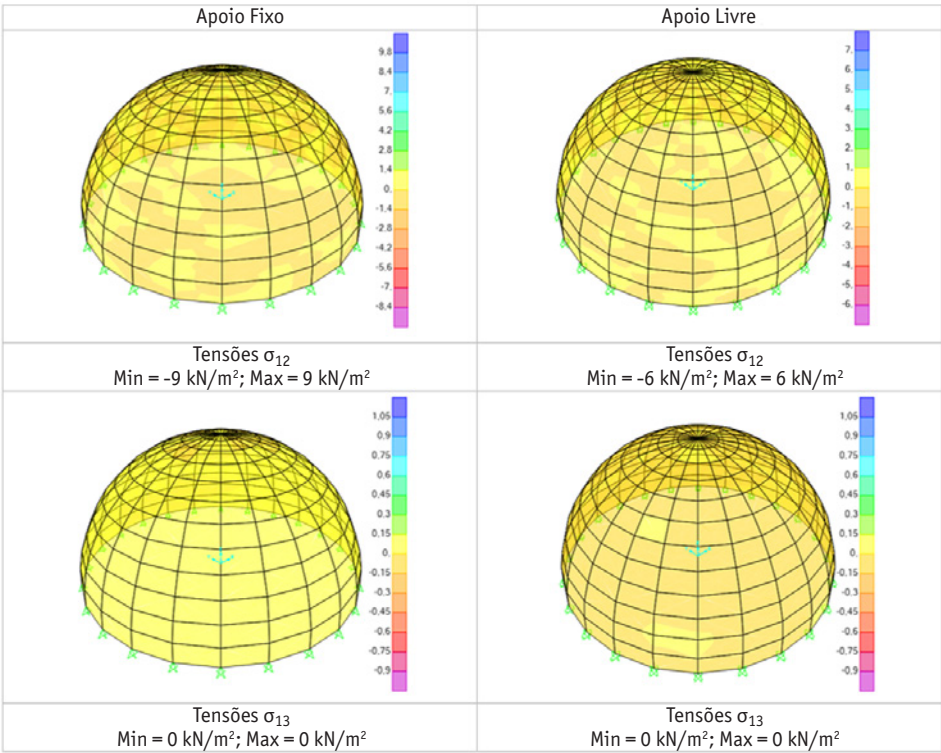


FIGURA B.2 Tensões σ_{12} e σ_{13} do Modelo O.

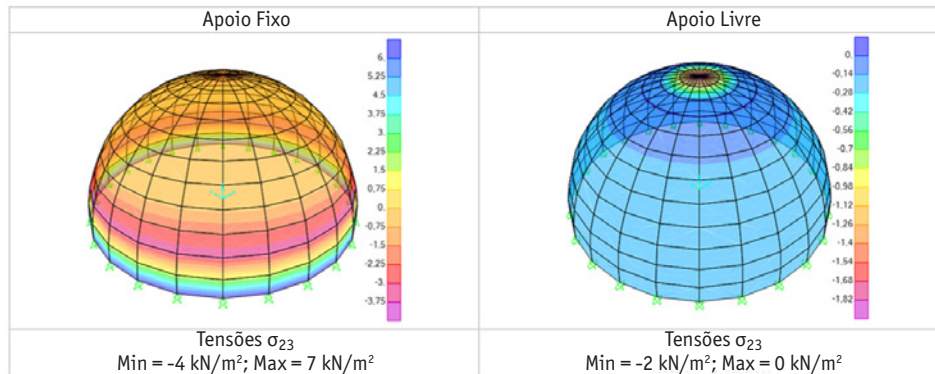


FIGURA B.3 Tensões σ_{23} do Modelo 0.

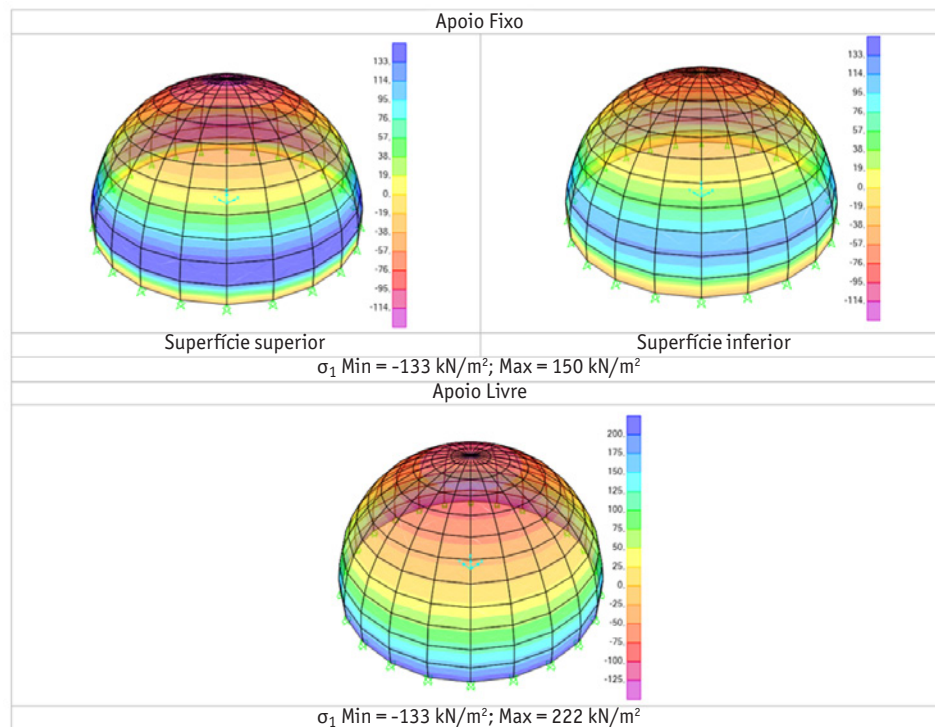


FIGURA B.4 Tensões Principais do Modelo 0 – apoio fixo e apoio livre.

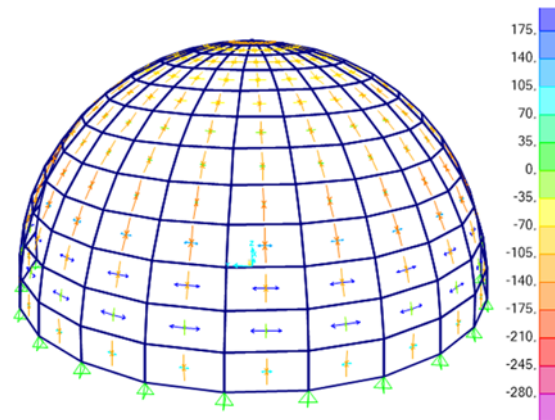


FIGURA B.5 Representação da orientação das tensões principais do Modelo 0 de apoios fixos.

MODELO 1

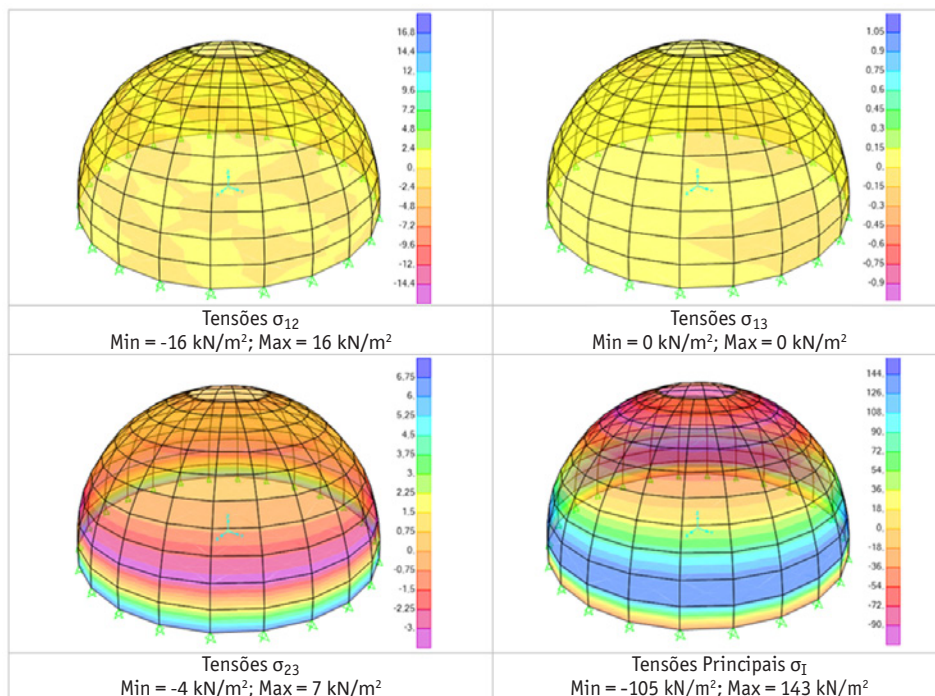


FIGURA B.6 Tensões σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} e σ_1 do Modelo 1.

MODELO 2

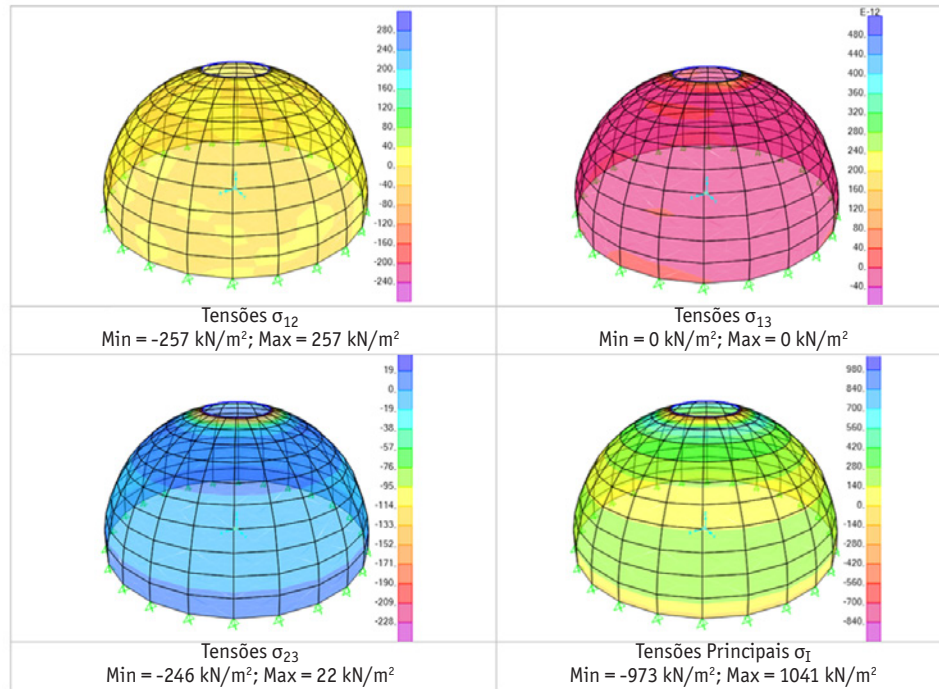


FIGURA B.7 Tensões σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} e σ_I do Modelo 2.

MODELO 3

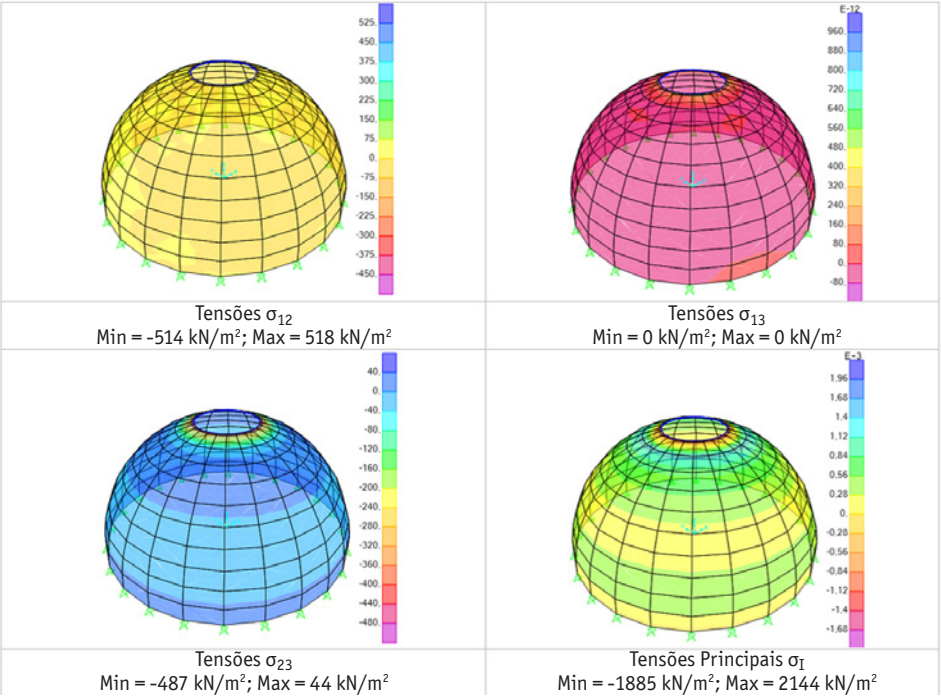


FIGURA B.8 Tensões σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} e σ_I do Modelo 3.

MODELO DE ELEMENTOS SÓLIDOS (3D)

RELAÇÃO DOS EIXOS NUM MODELO DE CASCA E DE SÓLIDOS

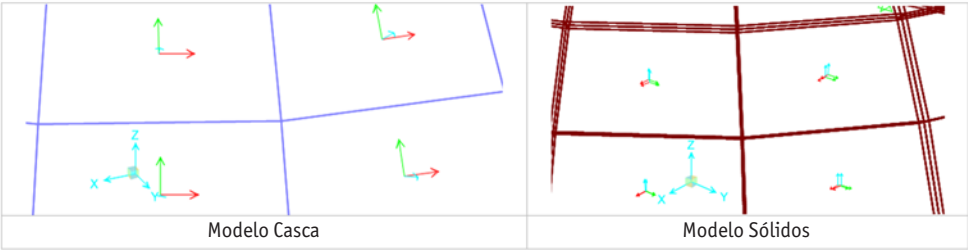


FIGURA B.9 Eixos nos elementos num Modelo Casca e num Modelo Sólidos.

MODELO 0

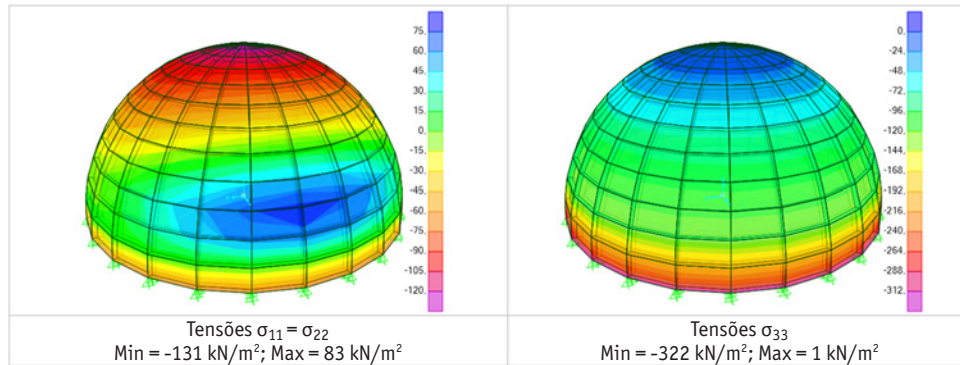


FIGURA B.10 Tensões σ_{11} , σ_{22} e σ_{33} do Modelo 0.

MODELO 1, 2 E 3

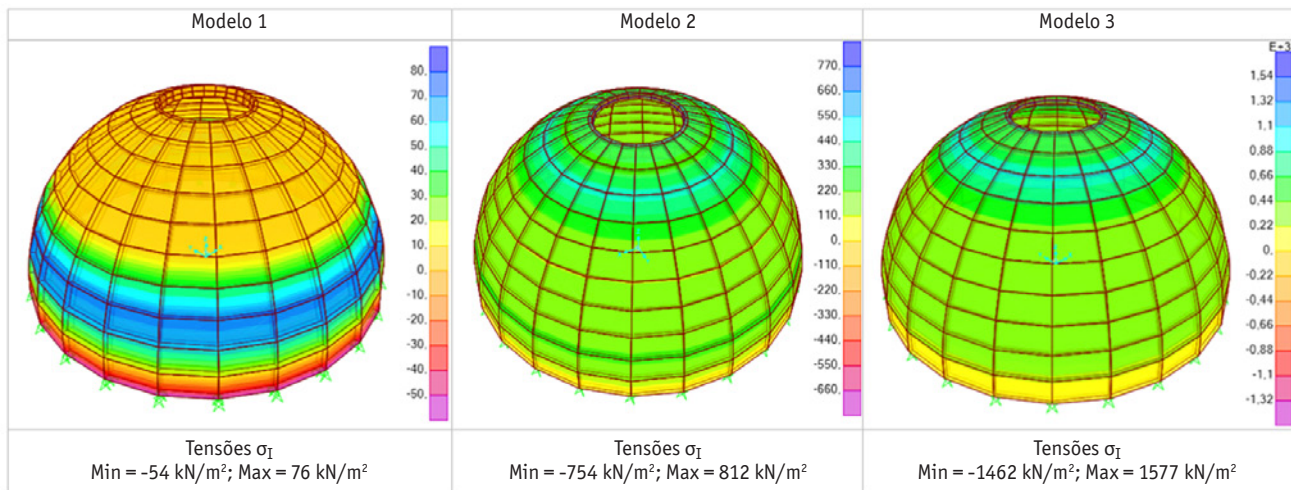


FIGURA B.11 Tensões Principais Máximas dos Modelos 1, 2 e 3.

MODELO COM VARIAÇÃO UNIFORME DE TEMPERATURA

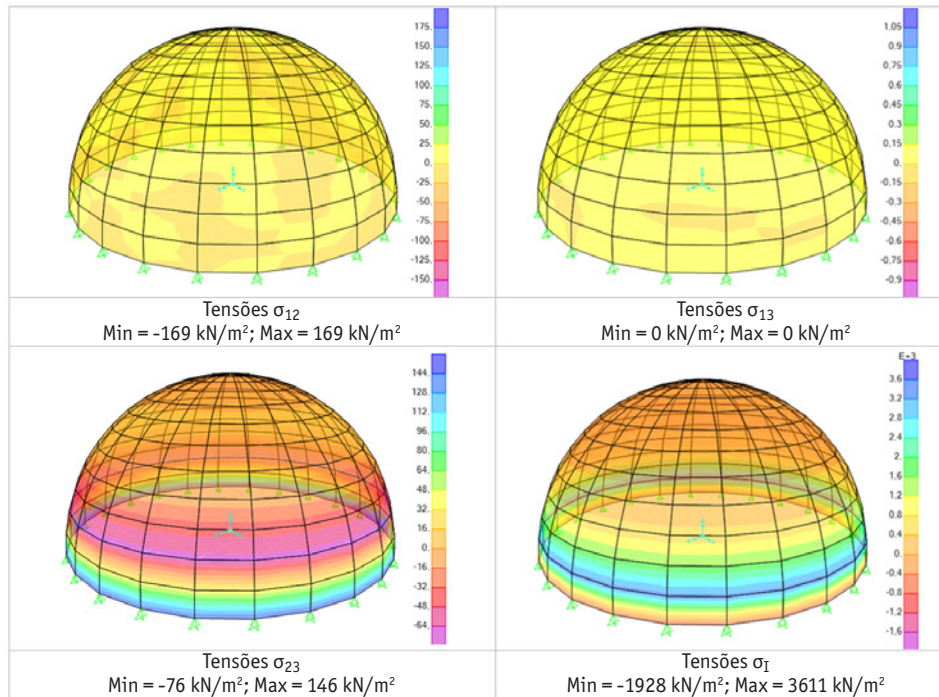


FIGURA B.12 Tensões σ_{12} , σ_{13} , σ_{23} e σ_I do Modelo 0 com variação de temperatura.

ANEXO C
MODELO
NUMÉRICO,
CALIBRAÇÃO
E ANÁLISE
ESTÁTICA



MODELO NUMÉRICO

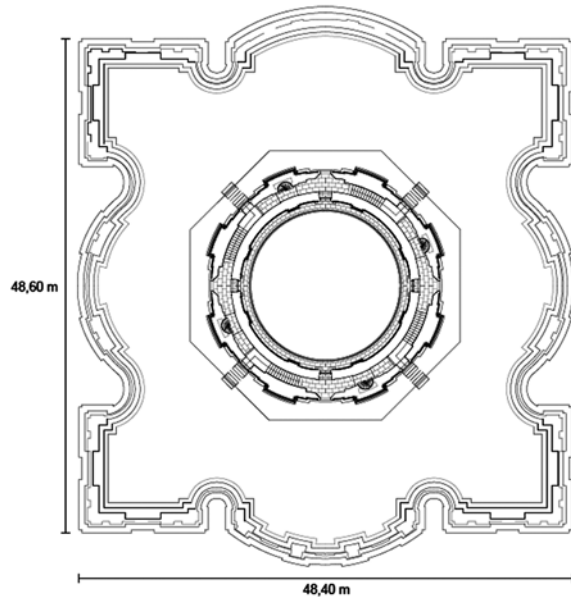


FIGURA C.1 Planta do Tambor da cúpula ao nível do terraço (adaptado de Delgado J., 2006).

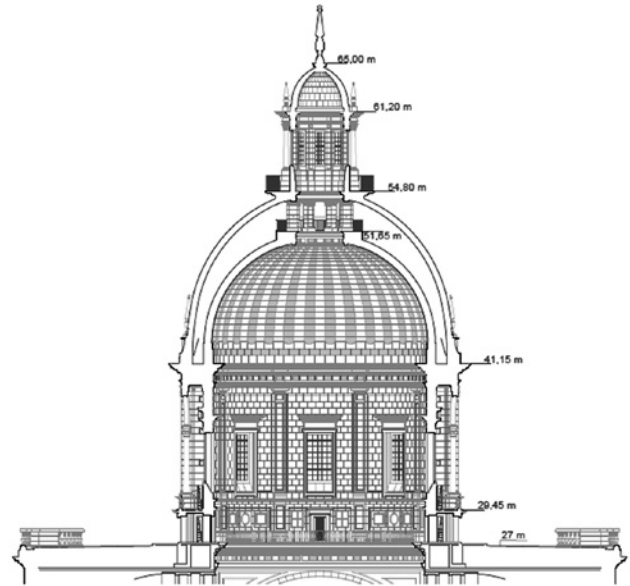
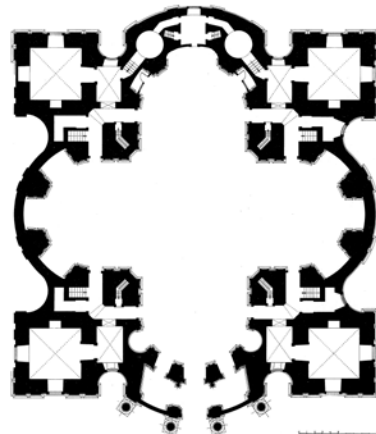
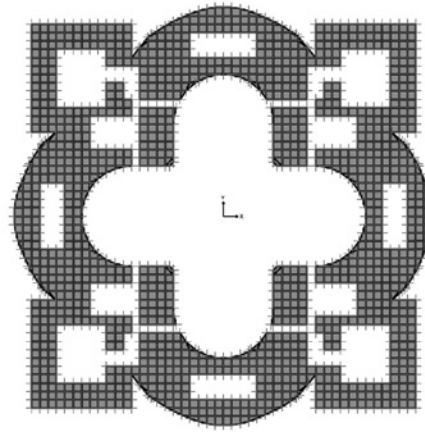


FIGURA C.2 Corte do alçado da cúpula (adaptado de Delgado J., 2006).



Planta real da estrutura de alvenaria



Planta do modelo SAP da estrutura de alvenaria

FIGURA C.3 Esquerda: Planta ao nível do piso térreo (Des.00021276, SIPA, 2017); Direita: Planta no Modelo.

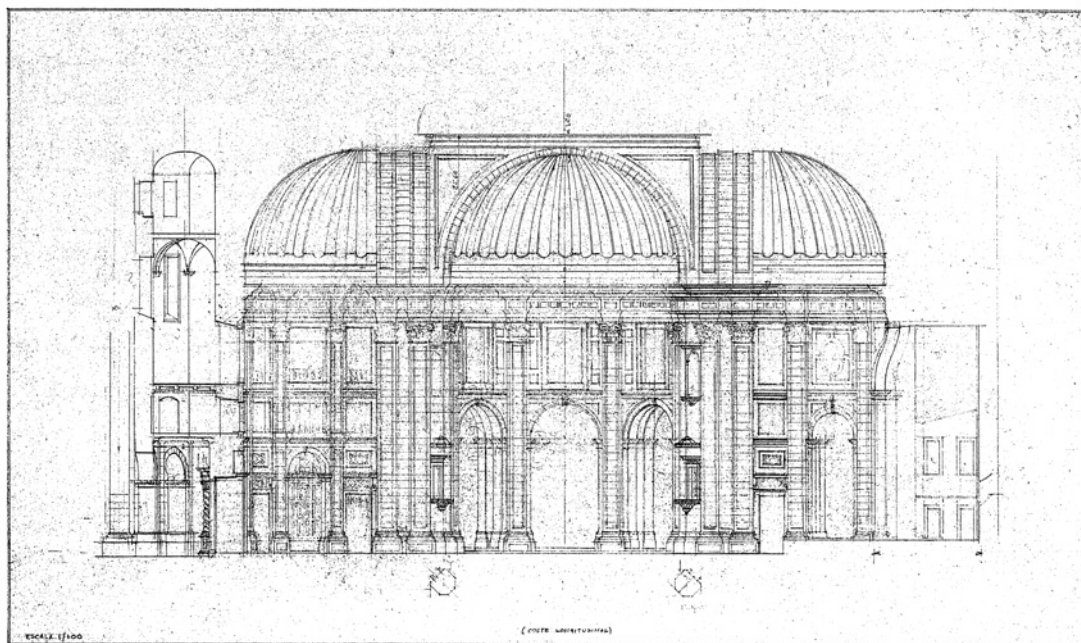
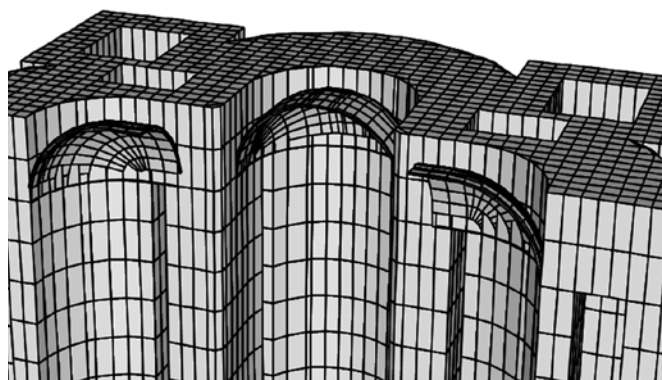
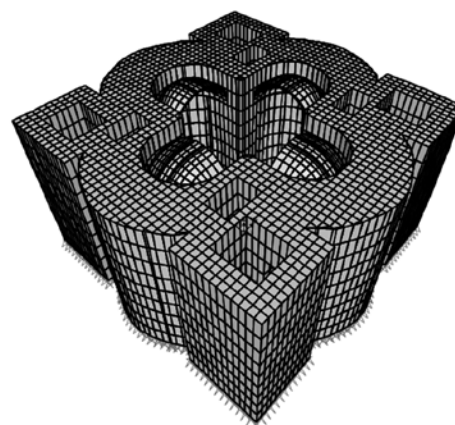


FIGURA C.4 Corte com pormenor das meias cúpulas da estrutura de alvenaria (Des.00010221, SIPA, 2017).



Pormenor das meias cúpulas – metade da estrutura



Estrutura de alvenaria de pedra

FIGURA C.5 Modelo referente à estrutura de alvenaria (elementos sólidos).

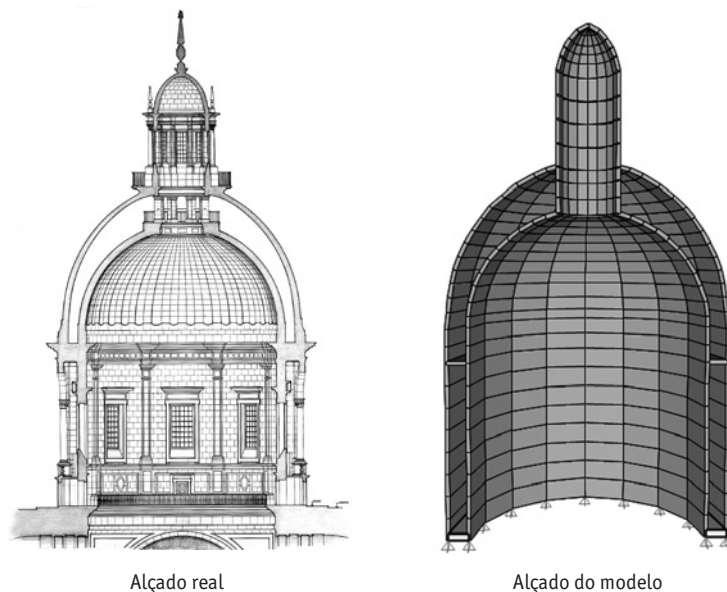


FIGURA C.6 Modelo referente à estrutura de betão armado (elementos casca). Esquerda: alçado da cúpula de betão armado (Foto.00543186, SIPA, 2017); direita: modelo SAP de elementos casca.

PESO VOLÚMICO EQUIVALENTE – γ

TABELA C.1 Cálculo do Peso volúmico equivalente a adotar nas paredes de betão armado da estrutura da cúpula

Parede	Espessura (m)	γ (kN/m ³)	$\gamma \times$ espessura
Parede total	0,78		
Cantaria interior	0,13	27	3,51
Cantaria exterior	0,15	27	4,05
Alvenaria tijolo	0,25	18	4,50
Betão armado	0,25	25	6,25
Total			18,31
Espessura do elemento casca no modelo (m)	0,30		
γ equivalente (kN/m ³)	61,03		

$$\gamma \text{ equivalente} = \frac{\sum \gamma \times \text{espessura}}{\text{espessura do modelo}} = \frac{18,31}{0,30} = 61,03 \text{ kN/m}^3 \quad (\text{C.1})$$

ENSAIOS DE CARACTERIZAÇÃO DINÂMICA

FIGURA C.7 Frequências na Direção X e Y no Ponto de medição 1.

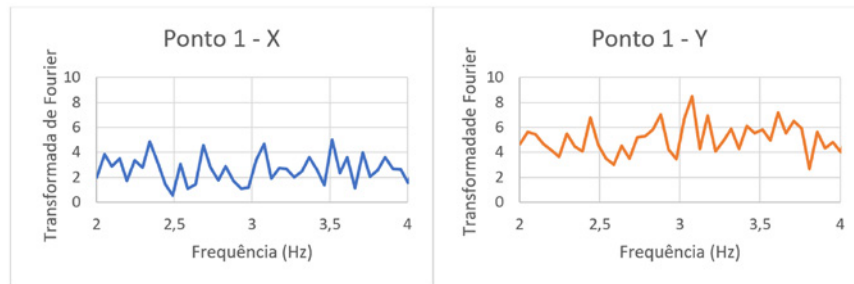


FIGURA C.8 Frequências na Direção X e Y no Ponto de medição 3.

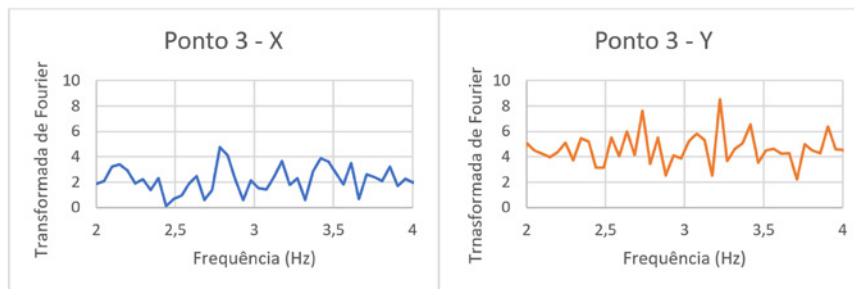


FIGURA C.9 Frequências na Direção X e Y no Ponto de medição 5.

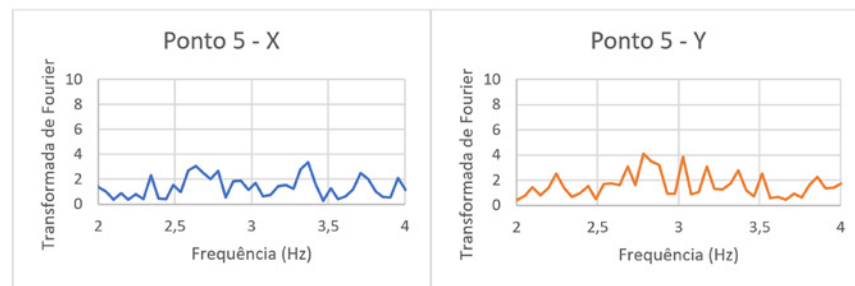
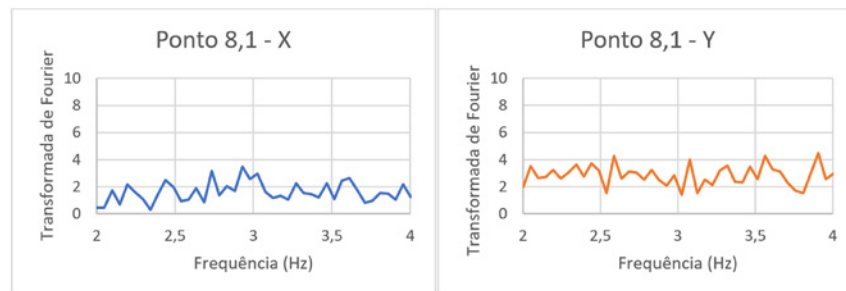
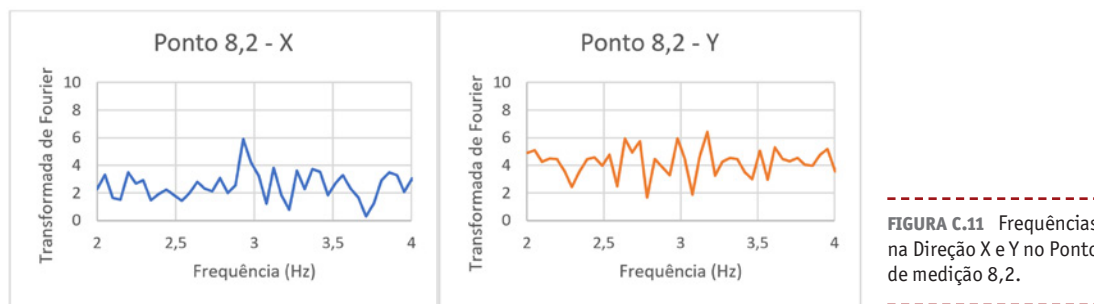


FIGURA C.10 Frequências na Direção X e Y no Ponto de medição 8,1.





ANÁLISE EStÁTICA

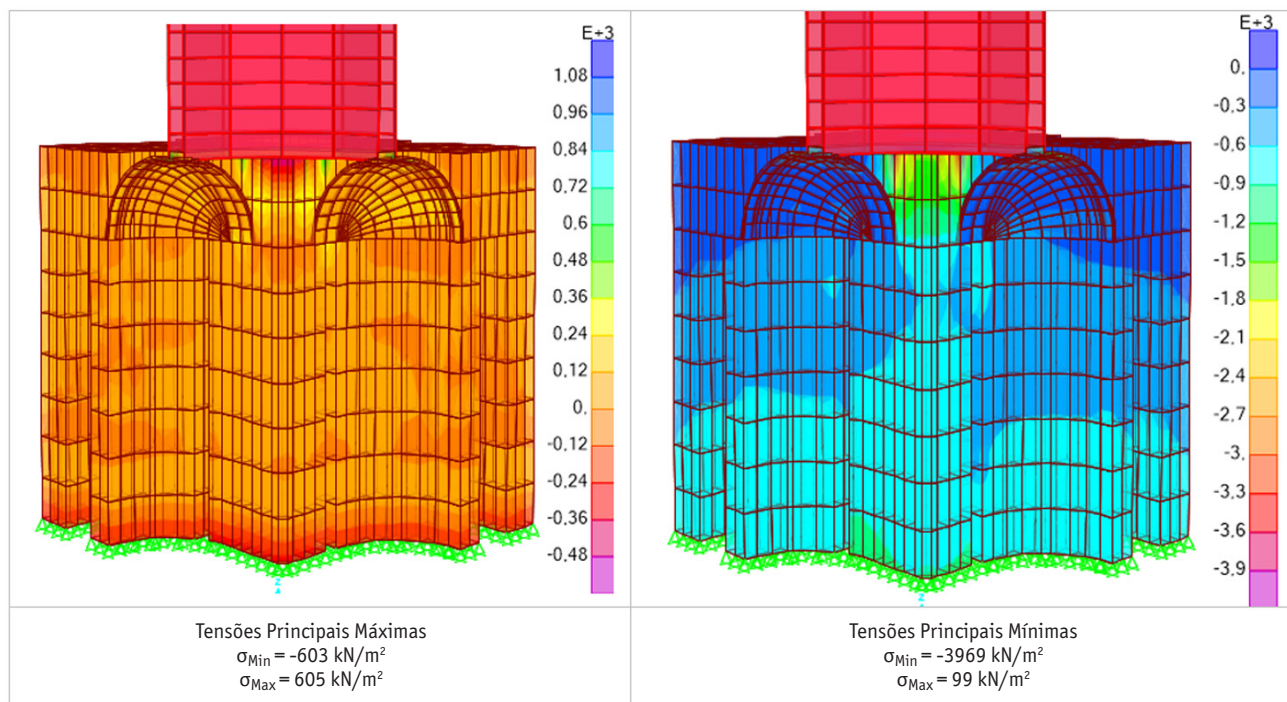


FIGURA C.12 Distribuição das tensões Principais Máximas e Mínimas na estrutura de alvenaria (elementos sólidos) no modelo completo.

ANEXO D
ANÁLISE
DINÂMICA



ANÁLISE MODAL

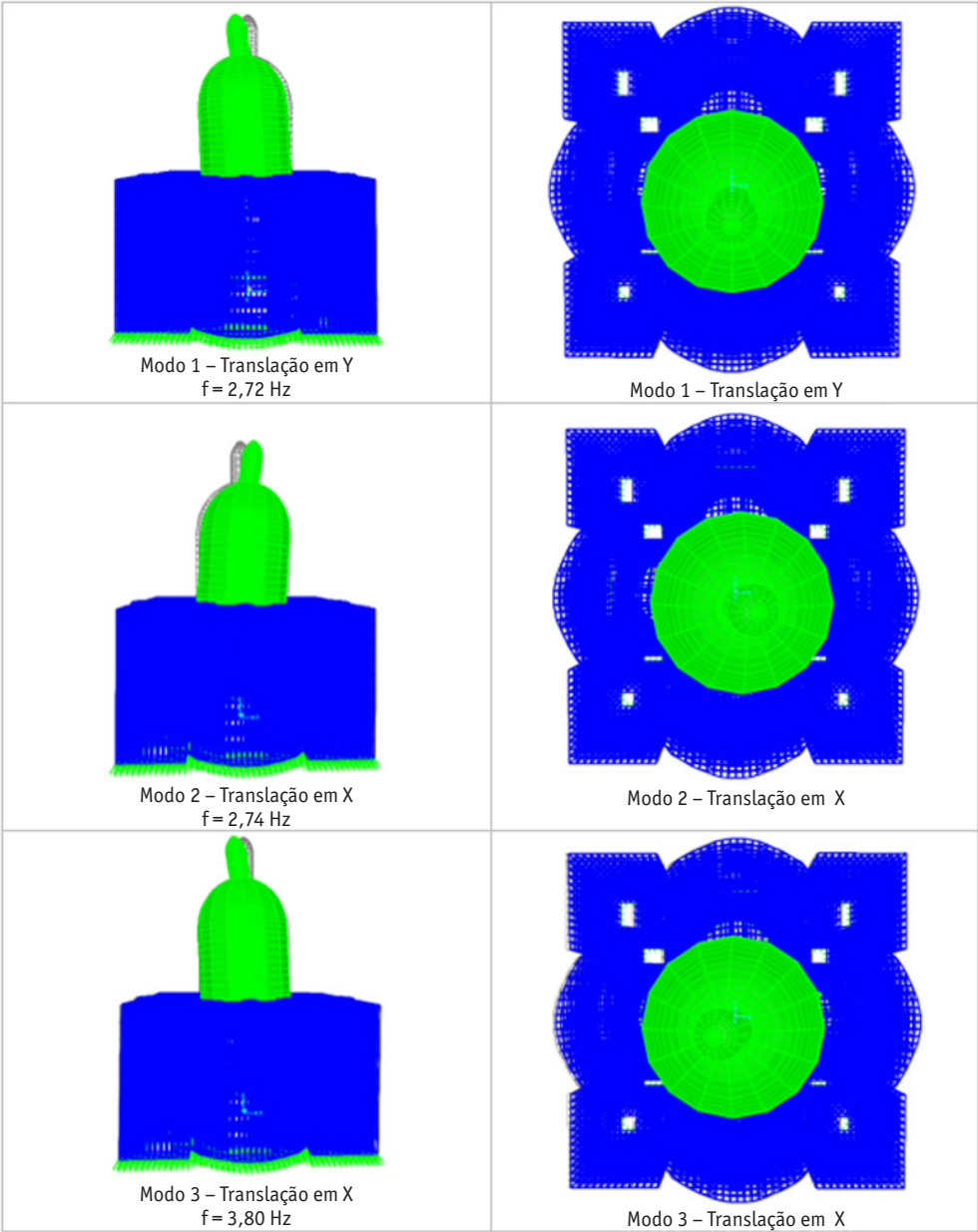


FIGURA D.1 Configurações e frequências dos modos de vibração 1, 2 e 3, em 3D.

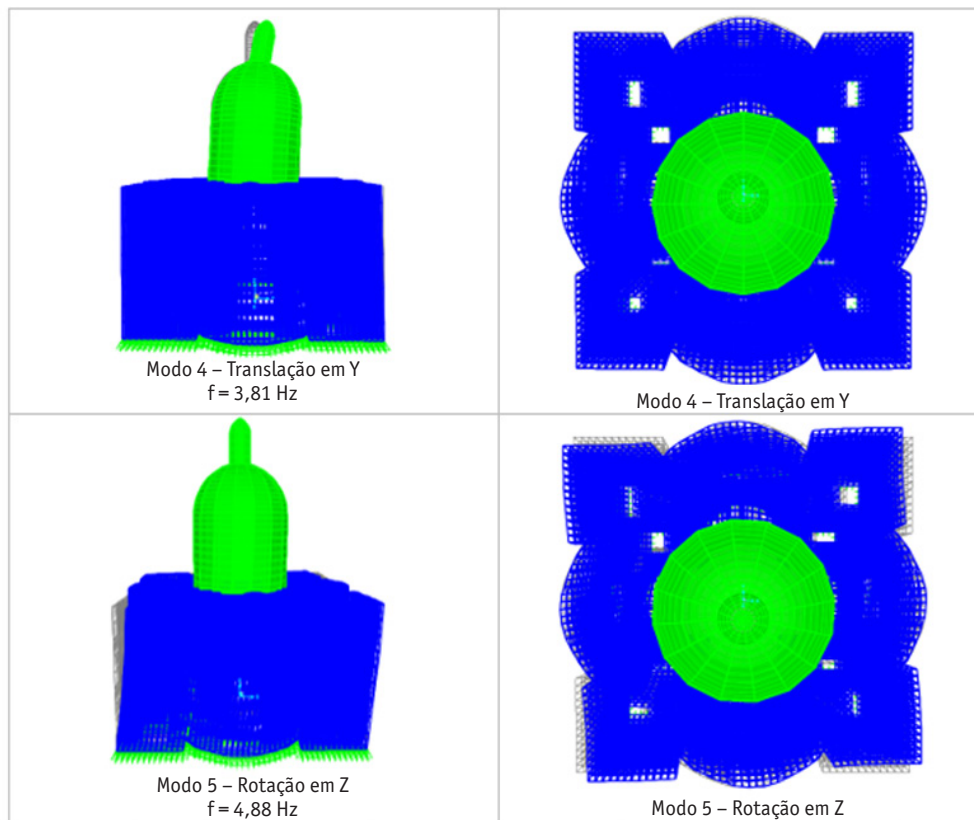


FIGURA D.2 Configurações e frequências dos modos de vibração 4 e 5, em 3D.

TABELA D.1 Resultados da análise modal: Período, Frequência e Participação da massa

Modos	Período [S]	Frequência[Hz]	Fator de Participação daMassa [%]			Valor Acumulado [%]		
			UX	UY	RZ	ΣUX	ΣUY	ΣRZ
1	0,37	2,72	0%	29%	0%	0%	29%	0%
2	0,37	2,74	23%	0%	0%	23%	29%	0%
3	0,26	3,80	53%	0%	0%	76%	29%	0%
4	0,26	3,81	0%	44%	0%	76%	73%	0%
5	0,20	4,88	0%	0%	78%	76%	73%	78%
6	0,17	5,97	1%	0%	0%	76%	73%	78%
7	0,17	6,00	0%	1%	0%	76%	74%	78%
8	0,15	6,78	0%	0%	0%	76%	74%	78%
9	0,14	6,97	0%	0%	4%	76%	74%	82%
10	0,14	7,18	0%	4%	0%	76%	78%	82%
11	0,13	7,43	0%	0%	0%	76%	78%	82%
12	0,13	7,89	1%	0%	0%	78%	78%	82%
13	0,12	8,05	0%	0%	0%	78%	78%	82%
14	0,12	8,08	0%	0%	0%	78%	78%	82%
15	0,12	8,18	0%	0%	0%	78%	78%	82%
16	0,12	8,27	0%	0%	0%	78%	78%	82%
17	0,12	8,28	0%	0%	0%	78%	78%	82%
18	0,12	8,52	0%	0%	0%	78%	78%	82%
19	0,12	8,59	1%	0%	0%	78%	78%	82%
20	0,11	8,71	0%	0%	0%	78%	78%	82%

ESPECTRO DE RESPOSTA DE DIMENSIONAMENTO

Os parâmetros para a caracterização do espectro de resposta são: a_{gR} , a_g , $S_{\max}$, S , T_B , T_C e T_D . Os valores caracterizados do espectro de resposta, para a estrutura em estudo, representam-se na Tabela D.2. Salientando-se, no entanto que para a determinação do parâmetro S , utiliza-se a Equação (D.1), presente no EC8, tendo em conta que o parâmetro a_g se situa entre 1 e 4 m/s².

$$S = S_{\max} - \frac{S_{\max} - 1}{3} (\alpha_g - 1) \quad (D.1)$$

TABELA D.2 Parâmetros para a caracterização do espectro de resposta

Sismo	Zona	γ	a_{gR} (m/s ²)	a_g (m/s ²)	S	$S_{\max}$	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
Tipo 1	1,3	1	1,5	1,5	1,29	1,35	0,1	0,6	2
Tipo 2	2,3	1	1,7	1,7	1,27	1,35	0,1	0,25	2

De acordo com o Eurocódigo 8 (EC8-1, 2004), na definição do espectro de resposta de dimensionamento ($S_d(T)$), para a componente da ação sísmica horizontal, utilizam-se as seguintes expressões:

$$0 \leq T \leq T_B : S_d(T) = a_g \cdot S \left[\frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left(\frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right] \quad (D.2)$$

$$T_B \leq T \leq T_C : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \quad (D.3)$$

$$T_C \leq T \leq T_D : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \frac{T_C}{T} \geq \beta \cdot a_g \quad (D.4)$$

$$T_D \leq T : S_d(T) = a_g \cdot S \cdot \frac{2,5}{q} \cdot \left[\frac{T_C - T_D}{T^2} \right] \geq \beta \cdot a_g \quad (D.5)$$

Onde (EC8-1, 2004):

- a_g é o valor de cálculo da aceleração à superfície para um terreno do tipo A, (m/s²), que se calcula através do produto entre o valor da aceleração do terreno de referência (a_{gR}), e o coeficiente de importância da estrutura (γI);
- $S_{\max}$ é o Parâmetro para calcular S ;
- S é o coeficiente do solo;
- T_B é o limite inferior do período no limiar espectral de aceleração constante (s);
- T_C é o limite superior do período no limiar espectral de aceleração constante (s);
- T_D é o valor definido no espectro para o início do patamar de deslocamento constante (s);
- T é o período de vibração num sistema linear com um grau de liberdade (s);
- $S_d(T)$ é o espectro de cálculo (para resposta elástica);
- q é coeficiente de comportamento;
- β é o coeficiente correspondente ao limite inferior do espectro de cálculo horizontal.

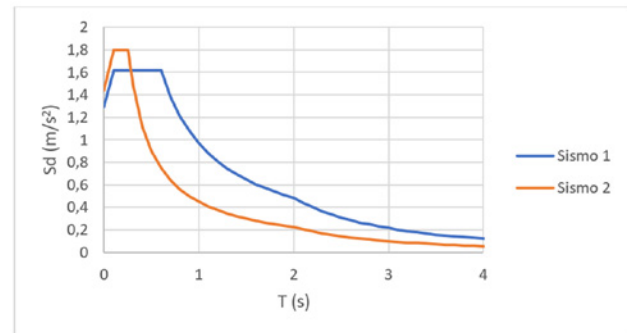


FIGURA D.3 Espectros de dimensionamento para os sismos tipo 1 e 2.

ANÁLISE DINÂMICA

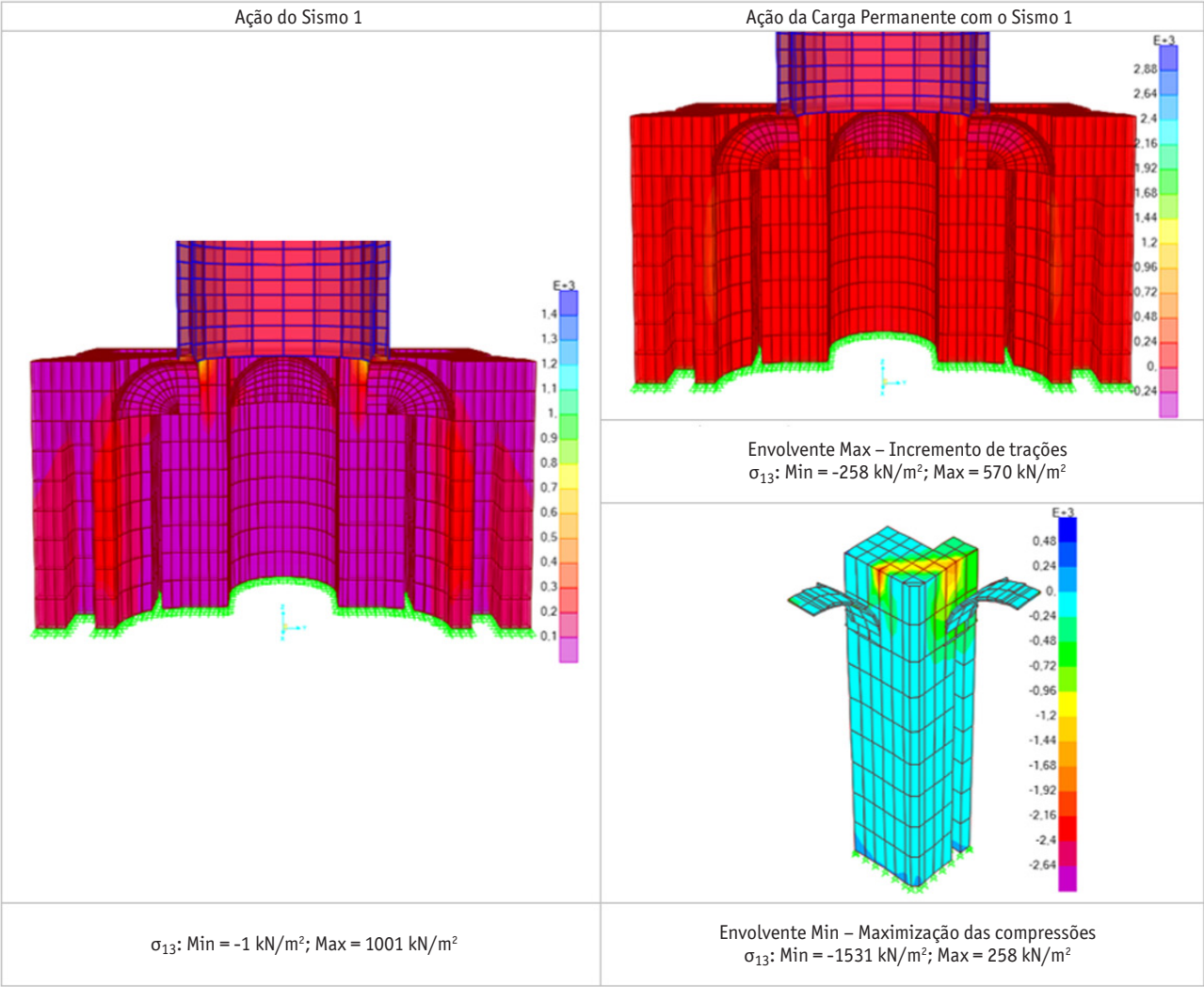


FIGURA D.4 Distribuição das tensões σ_{13} na estrutura de alvenaria para a ação do sismo 1 e para a combinação de ações, sismo e carga permanente.

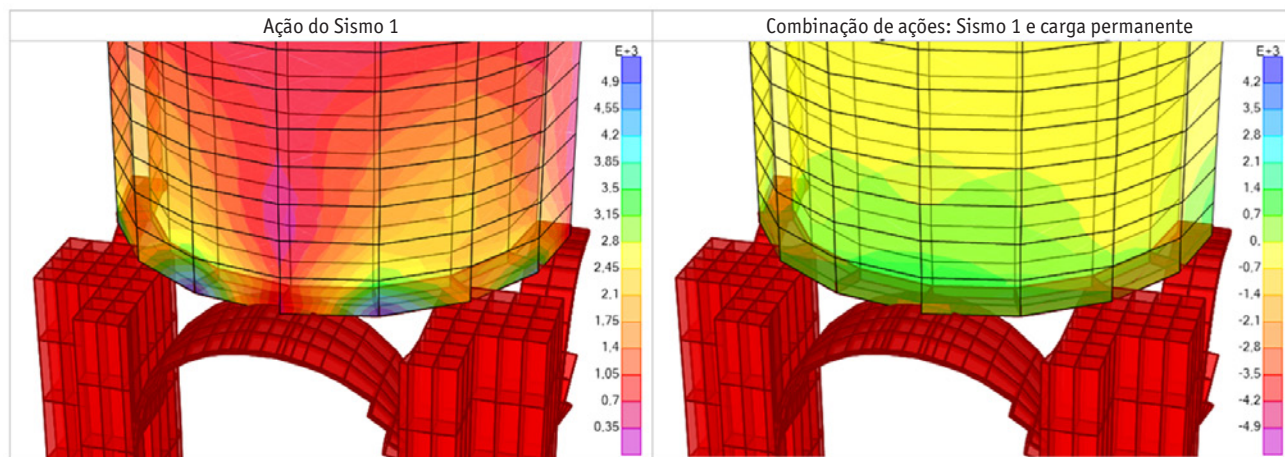


FIGURA D.5 Ponto de concentrações de tensões de tração nas tensões meridionais (σ_{22}) no tambor cilíndrico na superfície exterior, para a envoltura Max – incremento de tensões de tração.

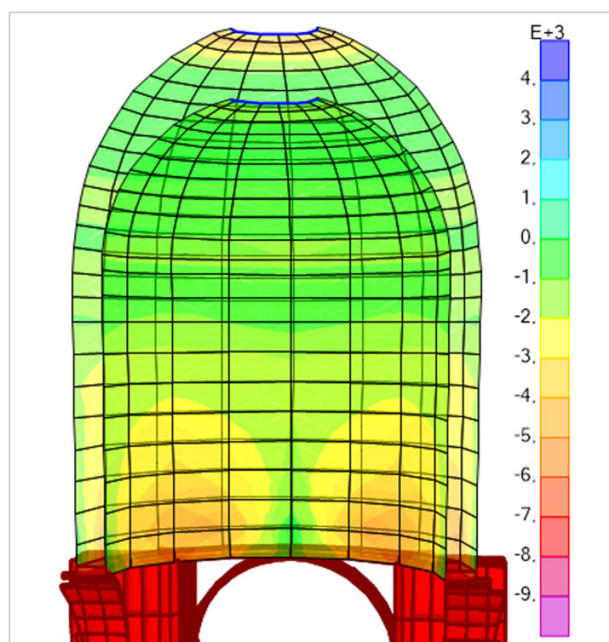


FIGURA D.6 Distribuição das tensões σ_{22} da estrutura de betão armado sujeita à combinação de ações, para a envoltura Min – maximização das tensões de compressão.



REPÚBLICA
PORTUGUESA

CULTURA, JUVENTUDE
E DESPORTO



MUSEUS
E MONUMENTOS
DE PORTUGAL



PANTEÃO
NACIONAL



Servilusa

AGÊNCIAS FUNERÁRIAS